

УДК 539.3, 539.4.01

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОЧНОСТНЫХ СВОЙСТВ ГОРНЫХ ПОРОД ПО ДАННЫМ ТРЕХОСНЫХ ИСПЫТАНИЙ

© 2018 г. И.А. Гарагаш¹, Н.В. Дубиня¹, О.А. Русина^{1,2},
С.А. Тихоцкий¹, И.В. Фокин¹

¹ *Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва, Россия*

² *Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия*

Работа посвящена применению закона неассоциированного пластического течения для описания деформационных процессов, протекающих в подверженных внешним нагрузкам горных породах. Сформулированы определяющие соотношения, характеризующие деформацию горной породы, находящуюся за пределом упругости. Использована концепция изменяющегося угла внутреннего трения породы как функции накопленной пластической деформации. В рамках сформулированной модели описаны кривые “напряжение–деформация”, полученные в результате трехосных тестов, проведенных на образцах трещиноватых горных пород. Показано, что использование закона неассоциированного пластического течения позволяет более точно описывать экспериментальные кривые по сравнению со стандартными методиками обработки аналогичных экспериментальных данных, например, при использовании критерия Кулона–Мора. На численном примере продемонстрировано образование полос локализации пластической деформации, наблюдаемое и в реальных геологических условиях. Предложен механизм, согласно которому необратимая деформация накапливается в горной породе при ее деформировании в пластической области за счёт образования новых трещин, а также активизации и развития трещин, существовавших в породе до начала деформационного процесса. Показана тенденция развития трещиноватости: в условиях трехосного нагружения цилиндрического образца горной породы активизируются трещины, нормали к которым составляют с осью образца определенный угол. Модель изменяющегося угла внутреннего трения позволяет качественно и количественно описать, какие именно трещины могут развиваться в образце в каждый момент деформационного процесса.

Сформулированная и проверенная на экспериментальных данных модель деформирования трещиноватых горных пород под воздействием внешних напряжений может быть использована для более корректного описания реологии породы при решении задач геомеханики.

Ключевые слова: геомеханическое моделирование, прочностные свойства горных пород, неассоциированный закон пластического течения, переменный угол внутреннего трения.

Введение

В настоящее время создание геомеханических моделей стало важной и неотъемлемой частью планов разработки месторождений нефти и газа. Геомеханическое моделирование невозможно без задания параметров среды – упругих свойств, предела прочности, угла внутреннего трения [Garagash et al., 2015]. Зная механические свойства, можно рассчитать распределения напряжений и деформаций и выполнить их совместную интерпретацию с геологическими и геофизическими данными.

Породы, слагающие осадочную толщу, обладают разными механическими свойствами. Это приводит к неравномерному распределению напряжений и появлению областей их аномальных значений, находящихся за пределом прочности. Бурение скважин в таких условиях сопровождается разрушением породы.

Адекватной моделью поведения горных пород является закон неассоциированного пластического течения с условием текучести Кулона–Мора или Друккера–Прагера. Для того чтобы модель правильно описывала конкретный коллектор, необходимо провести серию трехосных испытаний для определения зависимости параметров среды (модуля сдвига, коэффициента Пуассона, сцепления и трения) от параметров состояния (нагрузки и пластической деформации). Такой подход был использован для определения механических свойств рыхлого песчаника повышенной пористости [Garagash, Nikolaevski, Dudley, 1999].

Модель неассоциированного пластического течения

Пластическая деформация горных пород обусловлена межзерненным скольжением и микрорастрескиванием. Поскольку при реализации таких деформаций приходится преодолевать силы трения, пластическое течение существенно зависит от уровня средних напряжений $\sigma = \frac{1}{3}\sigma_{ii} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$, а для его описания часто используются условия Кулона–Мора или Друккера–Прагера, обычно записываемого следующим образом:

$$T + \alpha\sigma = c, \quad (1)$$

где $T = (s_{ij}s_{ij})^{1/2}$ – интенсивность сдвиговых напряжений ($s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma$ – компоненты девиатора напряжений); $\alpha = \sin \varphi$ – коэффициент трения (φ – угол внутреннего трения); c – сцепление.

Будем исходить из того, что компоненты тензора приращений деформаций $d\varepsilon_{kl}$ и компоненты тензора приращений напряжений $d\sigma_{ij}$ связаны между собой соотношениями [Николаевский, 1971]

$$d\varepsilon_{ij} = \Pi_{ijkl}d\sigma_{kl}, \quad (2)$$

в которых

$$\Pi_{ijkl} = \left[-\frac{\nu}{2G(1+\nu)}\delta_{ij}\delta_{kl} + \frac{1}{4G}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{kj}\delta_{il}) \right] + \frac{1}{4H} \left(N_{ij} + \frac{2}{3}\Lambda\delta_{ij} \right) \left(N_{kl} + \frac{2}{3}\alpha\delta_{kl} \right); \quad (3)$$

в (3) ν – коэффициент Пуассона; G – модуль сдвига; H – модуль пластического упрочнения; $N_{ij} = \frac{s_{ij}}{T}$.

Входящий в (3) параметр Λ называется коэффициентом дилатансии и характеризует неупругое изменение объема при сдвиге. Для учета дилатансионного эффекта было введено соотношение

$$d\varepsilon^{pl} = \Lambda d\Gamma^{pl}, \quad (4)$$

где $d\Gamma^{pl}$ – интенсивность приращений пластических деформаций сдвига;

$$d\Gamma^{pl} = 2 \left[\left(d\varepsilon_{ij}^{pl} - \frac{1}{3}\delta_{ij}d\varepsilon^{pl} \right) \left(d\varepsilon_{ij}^{pl} - \frac{1}{3}\delta_{ij}d\varepsilon^{pl} \right) \right]^{1/2} \quad [\text{Николаевский, 1971}].$$

Обращая соотношение (3), получим еще одно представление определяющего закона [Rudnicki, Rice, 1975]:

$$\Delta\sigma_{ij} = E_{ijkl}\Delta\varepsilon_{kl}, \quad (5)$$

$$E_{ijkl} = G \left\{ \left[(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + \left(\frac{K}{G} - \frac{2}{3} \right) \delta_{ij}\delta_{kl} \right] - \frac{G}{(H+G) + \alpha\Lambda K} \left(N_{ij} + \frac{K}{G} \Lambda \delta_{ij} \right) \left(N_{kl} + \frac{K}{G} \Lambda \delta_{kl} \right) \right\}, \quad (6)$$

где $K = \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)}G$ – модуль объемного сжатия.

Приведенные представления определяющего закона (2) и (5) обобщают уравнения Прандтля–Рейса на случай среды с внутренним трением и дилатансией.

Входящий в (2) и (5) модуль пластического упрочнения H связывает между собой приращения средних напряжений $d\sigma$ и интенсивности касательных напряжений dT с интенсивностью приращений пластических деформаций сдвига соотношением

$$d\Gamma^{pl} = \frac{1}{H} (dT + \alpha d\sigma). \quad (7)$$

Типичная диаграмма деформирования горных пород, показывающая изменения интенсивности сдвиговых напряжений T при увеличении полной интенсивности деформаций Γ , приведена на рис. 1, *слева*. Неупругое деформирование наступает после достижения предела упругости T_{pl} и сопровождается развитием исходных трещин и образованием новых. При этом эффективные механические свойства постепенно падают и наступает разупрочнение материала, выражающееся в реализации нисходящей ветви диаграммы деформирования.

Если перестроить кривую деформирования горных пород в осях $T - \Gamma^{pl}$, она приобретет вид, показанный на рис. 1, *справа*. В этом случае модуль пластического упрочнения H будет равен тангенсу угла наклона касательной.

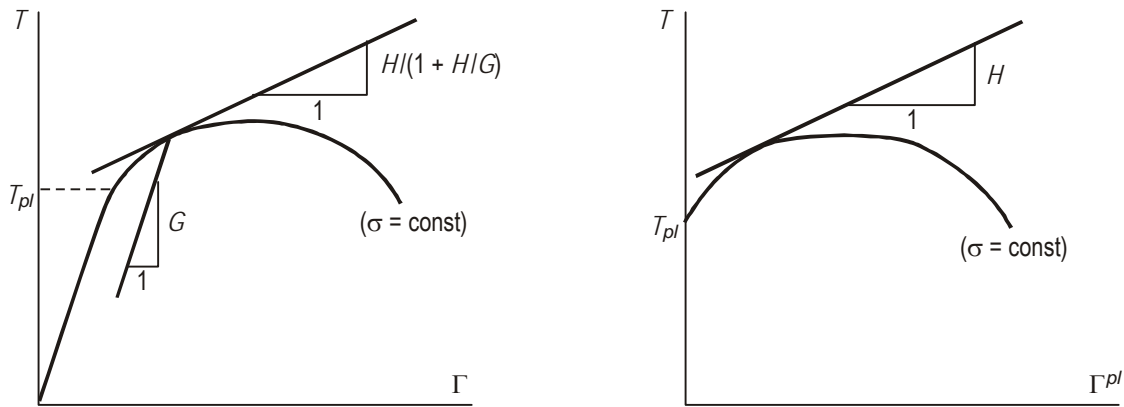


Рис. 1. Кривая деформирования горных пород в осях $T - \Gamma$ (*слева*) и в осях $T - \Gamma^{pl}$ (*справа*)

Fig. 1. Deformation diagram in $T - \Gamma$ axes (*left*) and $T - \Gamma^{pl}$ axes (*right*)

По данным трехосных испытаний [Райс, 1979], обычно для горных пород параметр α имеет значения 0.4–0.9, параметр $\Lambda - 0.2-0.4$.

После достижения пикового напряжения в характере распределения трещин наступают заметные изменения – появляются трещины преимущественной ориентации, что является результатом частичного закрытия одних и ускоренного роста других,

а также происходит явление, известное под названием локализации пластической деформации [Гарагаиш, Николаевский, 1989; Гарагаиш, 2006].

На рис. 1, справа можно видеть, что модуль пластического упрочнения H не является константой и меняется по мере накопления неупругой деформации [Vermeer, de Borst, 1984]. Действительно, если проинтегрировать соотношение (7), то мы получим условие пластичности Друккера–Прагера в виде

$$T + \alpha\sigma = f, \quad (8)$$

где f – функция текучести, определяемая выражением

$$f = \int_{\Gamma^{pl}} Hd\Gamma^{pl} + \int_{\alpha} \sigma d\alpha + c, \quad (9)$$

в котором c – сцепление.

Если по условию задачи $f = \text{const}$, то из (9) вытекает, что угол трения должен быть постоянным, модуль пластического упрочнения, равным 0. Отсюда следует, что коэффициент трения должен меняться при деформировании, и модуль пластического упрочнения H есть функция α . Будем исходить из того, что параметр α зависит не только от среднего напряжения, но и от накопленной пластической деформации, т.е. $\alpha = \alpha(\Gamma^{pl}, \sigma)$. В этом случае

$$d\alpha = \frac{\partial\alpha}{\partial\Gamma^{pl}} d\Gamma^{pl} + \frac{\partial\alpha}{\partial\sigma} d\sigma, \quad (10)$$

и выражение для функции течения (8) может быть переписано как

$$f = \int_{\Gamma^{pl}} \left(H + \sigma \frac{\partial\alpha}{\partial\Gamma^{pl}} \right) d\Gamma^{pl} + \int_{\sigma} \sigma \frac{\partial\alpha}{\partial\sigma} d\sigma + c. \quad (11)$$

Если принять, что

$$f = c + \int_{\sigma} \sigma \frac{\partial\alpha}{\partial\sigma} d\sigma, \quad (12)$$

то для модуля пластического упрочнения получим выражение [Гарагаиш, 2006]

$$H = -\sigma \frac{d\alpha}{d\Gamma^{pl}}. \quad (13)$$

Поскольку, согласно (13), H меняется пропорционально среднему напряжению, его значение будет зависеть от пути перехода из одной точки пространства напряжений в другую.

Лабораторные исследования механические свойств горных пород

Испытания при трехосном сжатии, методика проведения которых подробно описана в работе [Тихоцкий и др., 2017], выполнялись на сервогидравлической испытательной установке *GCTS RTR4500*. В данной работе рассматриваются результаты, полученные для четырех цилиндрических образцов диаметром 30 мм и длиной 60 мм, которые были изготовлены (выбурены) из керна. Образцы помещались в термоусадочный жакет, оснащенный индукционными датчиками, измеряющими осевое и радиальное изменения линейных размеров, и затем устанавливались в камеру стабилметра, заполняемую гидравлическим маслом, давление которого обеспечивало всестороннее сжатие образца; по вертикальной оси образец нагружался с помощью осевого манипулятора установки (рис. 2).

Вдоль вертикальной оси образца действует максимальное главное напряжение σ_1 , представляющее собой сумму давления гидравлического масла и давления, создаваемого

Рис. 2. Схема нагружения образца при трехосном испытании. σ_1 – максимальное главное напряжение; $\sigma_2=\sigma_3$ – радиальные напряжения, определяемые давлением гидравлического масла

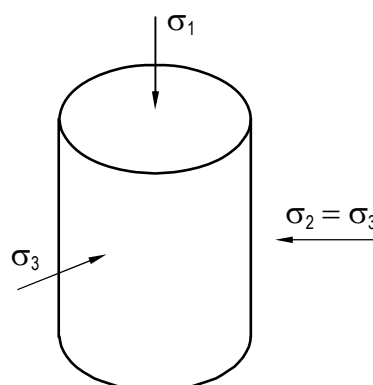


Fig. 2. Loading scheme in three-axial test. σ_1 – maximum main stress; $\sigma_2=\sigma_3$ – radial stress σ_r (made by hydraulic oil pressure)

осевым манипулятором. На боковую поверхность образца действует радиальное напряжение $\sigma_r = \sigma_2 = \sigma_3$, определяемое давлением гидравлического масла.

Испытания образцов выполнялись по схеме многостадийного нагружения [Kim, Ko, 1979]. Сначала давление гидравлического масла поднималось до первого заданного значения; при этом постоянном давлении образец выдерживался до стабилизации его линейных размеров. Затем образец сжимался осевым манипулятором таким образом, чтобы скорость деформирования была постоянной и равной 10^{-5} 1/с.

Нагружение прекращалось при достижении предела линейной упругости, после чего образец разгружался. Далее давление масла увеличивалось до следующей заданной величины – цикл нагружения–разгружения повторялся. На последнем цикле образец переводился за предел прочности.

Типичная экспериментальная диаграмма деформирования образца 1 представлена на рис. 3.

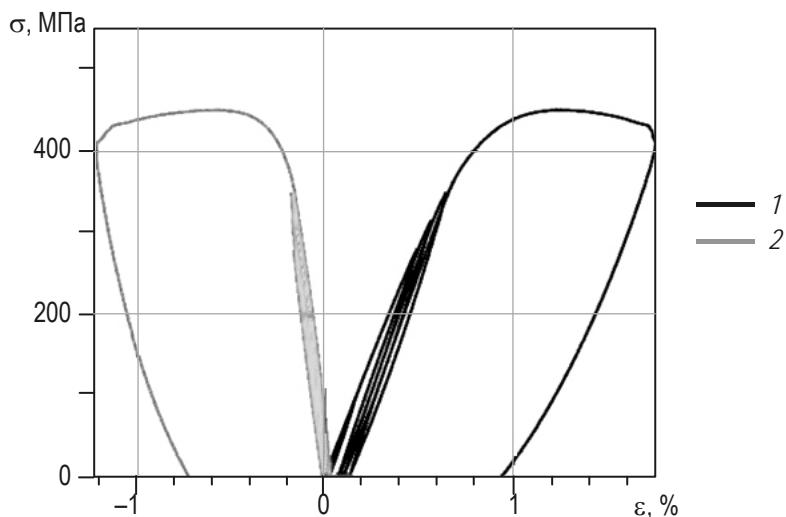


Рис. 3. Экспериментальная диаграмма трехосного испытания образца 1
1 – дифференциальное напряжение от осевой деформации, 2 – от радиальной

Fig. 3. Experimental deformation curve for three-axial test 1. Differential axial stress (1) and radial stress (2)

В ходе испытания измерялись следующие параметры: радиальная деформация ($\epsilon_r = \epsilon_{22} = \epsilon_{33}$), осевая деформация ($\epsilon_a = \epsilon_{11}$), осевое напряжение ($\sigma_a = \sigma_{11} = \sigma_1$), радиальное напряжение ($\sigma_r = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_2 = \sigma_3$), объемная деформация ($\theta = \epsilon_{ii} = \epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33}$).

Получаемые зависимости напряжений от деформаций позволяют сделать выводы о реологии исследуемого образца горной породы в условиях, имитирующих пластовые.

Обратившись к рис. 3, изложим методику определения механических свойств горной породы, используя результаты трехосных испытаний, проведенных на образце 1. Как было показано выше, при испытаниях в образце возрастает осевое напряжение σ_{11} при равных боковых напряжениях $\sigma_{22} = \sigma_{33}$ (см. рис. 2). Поведение образца в пределах упругости определяется законом Гука:

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{E}(\sigma_{11} - 2\nu\sigma_{33}), \quad \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = \frac{1}{E}[\sigma_{33} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{33})], \quad (14)$$

где E – модуль Юнга.

Для определения модуля сдвига $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ и коэффициента Пуассона ν поступим следующим образом. Рассмотрим приращения деформаций на упругом участке кривой деформирования. Приращения напряжений обозначим как $\Delta\sigma_{ij}$, приращения упругих деформаций – как $\Delta\varepsilon_{ij}$, после чего уравнения (14) примут вид

$$\Delta\varepsilon_{11} = \frac{1}{E}(\Delta\sigma_{11} - 2\nu\Delta\sigma_{33}), \quad \Delta\varepsilon_{22} = \Delta\varepsilon_{33} = \frac{1}{E}[\Delta\sigma_{33} - \nu(\Delta\sigma_{11} + \Delta\sigma_{33})]. \quad (15)$$

Перепишем уравнения (15) в виде

$$\Delta\varepsilon_{11} = \alpha_1\Delta\sigma_{11} - \alpha_2\Delta\sigma, \quad \Delta\varepsilon_{33} = \alpha_1\Delta\sigma_{33} - \alpha_2\Delta\sigma, \quad (16)$$

где $\Delta\sigma = \frac{1}{3}(\Delta\sigma_{11} + 2\Delta\sigma_{33})$ – приращение среднего напряжения; $\alpha_1 = \frac{1}{2G}$, $\alpha_2 = \frac{\nu}{2G(1+\nu)}$.

Решая уравнения (16), найдем значения

$$\alpha_1 = \frac{\Delta\varepsilon_{11} - \Delta\varepsilon_{33}}{\Delta\sigma_{11} - \Delta\sigma_{33}}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{2\Delta\sigma}[\alpha_1(\Delta\sigma_{11} + \Delta\sigma_{33}) - (\Delta\varepsilon_{11} + \Delta\varepsilon_{33})], \quad (17)$$

после чего определим

$$G = \frac{1}{2\alpha_1}, \quad \nu = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2}. \quad (18)$$

Воспользовавшись соотношениями (17) и (18) с учетом того, что $\Delta\sigma_{33} = 0$, запишем выражение для G в виде

$$G = \frac{1}{2} \frac{\Delta\sigma_{11}}{\Delta\varepsilon_{11} - \Delta\varepsilon_{33}}, \quad (19)$$

позволяющем по экспериментальным данным вычислить модуль сдвига.

Далее, зная модуль сдвига, по первому равенству в (16) найдем значение модуля Юнга:

$$E = \frac{\Delta\sigma_{11}}{\Delta\varepsilon_{11}}. \quad (20)$$

Выражения (19) и (20) позволяют определить коэффициент Пуассона

$$\nu = \frac{1}{2} \frac{E}{G} - 1. \quad (21)$$

Неупругое деформирование образца наступает при выполнении предельного условия Кулона–Мора для сдвиговых напряжений

$$f^s = 0, \quad f^s = \sigma_1 - \sigma_3 N_\varphi + 2c\sqrt{N_\varphi}, \quad (22)$$

где

$$N_{\varphi} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}. \quad (23)$$

Здесь σ_3 и σ_1 – наибольшее и наименьшее главные напряжения ($\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$; сжимающие напряжения здесь и далее полагаются отрицательными).

Согласно (23), угол внутреннего трения (*IFA*) определяется как

$$\varphi = \arcsin \frac{N_{\varphi} - 1}{N_{\varphi} + 1}. \quad (24)$$

Воспользовавшись соотношениями (22), найдем

$$N_{\varphi} = \frac{\sigma_1 \sigma_3 + 2c^2}{\sigma_3^2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_1 \sigma_3 + 2c^2}{\sigma_3^2} \right)^2 - \frac{\sigma_1^2}{\sigma_3^2}}. \quad (25)$$

Для условий эксперимента $\sigma_1 = \sigma_{11}$ и $\sigma_3 = \sigma_{33}$.

Неупругое деформирование начинается при достижении предела упругости σ_{11}^{pl} .

Полагая, что в этот момент преодолевается сцепление c при нулевом угле трения φ , определим сцепление –

$$c = \frac{1}{2} (\sigma_{33} - \sigma_{11}^{pl}). \quad (26)$$

Далее, двигаясь по кривой деформирования, для выбранных точек, согласно (25), вычислим значения параметра N_{φ} по формуле

$$N_{\varphi} = \frac{\sigma_{11} \sigma_{33} + 2c^2}{\sigma_{33}^2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{11} \sigma_{33} + 2c^2}{\sigma_{33}^2} \right)^2 - \frac{\sigma_{11}^2}{\sigma_{33}^2}}, \quad (27)$$

а затем и углы трения – по формуле (24).

Далее сопоставим каждому значению угла трения величину

$$\varepsilon_i^{pl} = \frac{1}{2} \Gamma^{pl} = \frac{1}{\sqrt{3}} (\varepsilon_{11}^{pl} - \varepsilon_{33}^{pl}). \quad (28)$$

Такая обработка экспериментальных данных позволяет определить модуль пластического упрочнения H и правильно учесть пластическое течение горной породы.

Результаты лабораторных исследований

Вышеописанная методика проверена на данных, полученных при испытаниях цилиндрических образцов горных пород, выбуренных из керна. Упругие модули и параметры прочности, определенные в этом случае по стандартной методике¹, приведены в табл. 1. Сразу следует отметить, что двух фиксированных прочностных параметров недостаточно для описания упрочнения и разупрочнения горной породы под нагрузкой. Параметры упрочнения и разупрочнения должны быть откалиброваны для каждого конкретного образца. Как было показано выше, в качестве такого физически обоснованного

¹ См. ASTM D7012-14e1, Standard Test Methods for Compressive Strength and Elastic Moduli of Intact Rock Core Specimens under Varying States of Stress and Temperatures, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2014, www.astm.org

Таблица 1. Упругие модули и параметры прочности, определенные по стандартной методике

Образец	Упругие модули		Параметры прочности	
	Модуль Юнга, ГПа	Коэффициент Пуассона	UCS^* , МПа	IFA^{**} , °
1	60.0	0.33	127.6	27
2	51.6	0.27	77.5	32
3	80.8	0.33	181.1	31
4	45.0	0.26	–	–

* – предел прочности на сжатие (от *Unconfined Compressive Strength*); ** – угол внутреннего трения (от *Internal Friction Angle*).

параметра может быть использован угол внутреннего трения, меняющийся по мере накопления интенсивности пластической сдвиговой деформации.

В результате обработки экспериментальной кривой деформирования (см. рис. 3) по изложенной выше методике были получены следующие механические параметры: $G=21.889$ ГПа, $E=58.331$ ГПа, $\nu=0.3324$, $c=146.05$ МПа. Зависимость угла трения от пластической деформации, накапливаемой после преодоления предела упругости $\sigma_{11}^{pl} = 3871.1$ МПа, приведена в табл. 2.

Таблица 2. Зависимость угла трения от накапливаемой пластической деформации

Угол трения, φ°	Пластическая деформация, ε_i^{pl}
0	0
4.587	0.000028
7.584	0.000061
8.582	0.000082
11.356	0.000342
13.297	0.000764
14.655	0.001298
15.556	0.001931
16.125	0.002669
16.457	0.003695
16.519	0.004886
16.445	0.005858
16.278	0.006876
16.019	0.007942

Результаты обработки экспериментальной кривой деформирования были проверены путем численного моделирования трехосного испытания образца. Расчеты выполнены с помощью программного кода $FLAC^{3D}$ [Fast ..., 2006], реализующего явную конечноразностную схему решения трехмерных задач механики сплошных сред. Приведенные на рис. 4 диаграммы деформирования построены с использованием параметров прочности, определенных по стандартной (кривая 2) и предлагаемой (кривая 3) методике. Видно, что переменный угол трения позволил смоделировать кривую деформирования, близкую к реальной как в режиме упрочнения, так и разупрочнения.

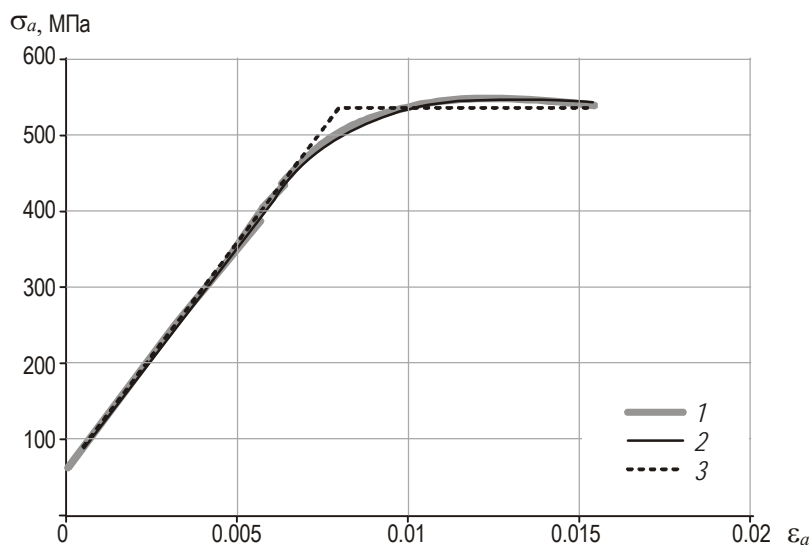


Рис. 4. Экспериментальная (1) и расчетные (2, 3) диаграммы деформирования. При расчете диаграммы 2 использованы параметры, полученные по стандартной методике, при расчете диаграммы 3 – по методике, предлагаемой авторами

Fig. 4. Experimental (1) and model (2, 3) deformation curves. Curve 2 calculated using parameters, derived by standard ASTM methodic, curve 3 calculated using approach suggested in this paper

Заметим, что диаграмма деформирования для материала с параметрами прочности, определенными по стандартной методике (рис. 4, кривая 2), может быть получена аналитически без использования численного решения.

Обратимся к определяющим соотношениям Прандтля–Рейса (5) для материала с внутренним трением и дилатансией, связывающими между собой компоненты тензора приращений напряжений $d\sigma_{ij}$ и компоненты тензора приращения деформаций $d\epsilon_{kl}$. Напряженно-деформированное состояние образца является однородным и, следовательно, уравнения равновесия удовлетворяются автоматически. Остается рассмотреть только определяющие соотношения. В нашем случае $\sigma_{22} = \sigma_{33}$, $\epsilon_{22} = \epsilon_{33}$ и $d\sigma_{22} = d\sigma_{33} = 0$. В результате, соотношения (5) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} d\sigma_{11} &= E_{1111}d\epsilon_{11} + 2E_{1122}d\epsilon_{22}, \\ 0 &= E_{2211}d\epsilon_{11} + (E_{2222} + E_{2233})d\epsilon_{22}, \end{aligned} \tag{29}$$

где

$$\begin{aligned} E_{1111} &= G \left[\frac{K}{G} - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{K}{G} \alpha \right], & E_{2222} + E_{2233} &= 2G \left[\frac{K}{G} + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{K}{G} \alpha \right], \\ E_{1122} &= G \left[\frac{K}{G} - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{K}{G} \alpha \right], & E_{2211} &= G \left[\frac{K}{G} + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{K}{G} \alpha \right]. \end{aligned} \tag{30}$$

Подставляя (30) в (29), получим $d\sigma_{11} = 0$, и, следовательно, после достижения предела прочности деформирование выходит на горизонтальную “полку”, как это и показано на рис. 4.

Заметим, что использование стандартных постоянных параметров прочности не позволяет отобразить особенности деформирования, наблюдаемые в процессе нагружения горных пород. Покажем это на примере сжимаемого упругопластического пласта,

заключенного между двумя упругими слоями (рис. 5). Слои нагружены вертикальным давлением; на вертикальных границах заданы условия скольжения. Расчет выполним с помощью программного кода $FLAC^{3D}$, позволяющего вести расчет для упругопластических материалов с переменными параметрами прочности.

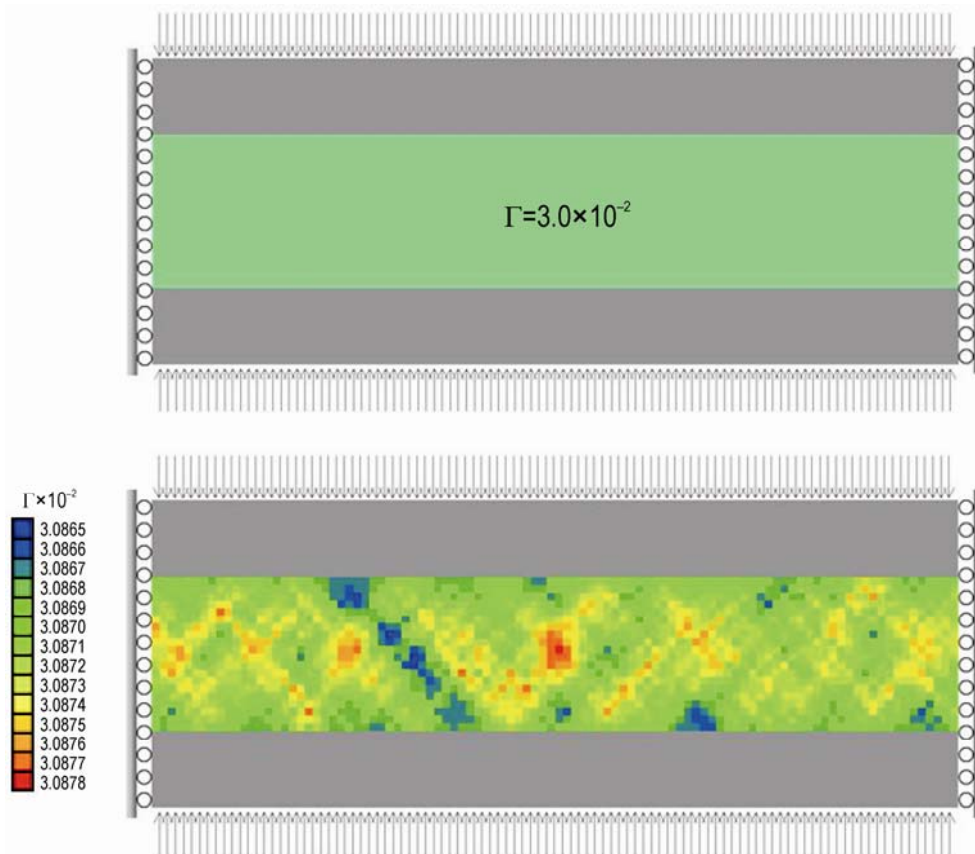


Рис. 5. Расчетное распределение интенсивности сдвиговой деформации Γ в упругопластическом пласте, заключенном между двумя упругими слоями (серая заливка) при использовании механических параметров, полученных по стандартной (*вверху*) и по предлагаемой авторами (*внизу*) методике. Стрелки сверху и снизу – направление сжатия; слева – шкала $\Gamma \cdot 10^{-2}$

Fig. 5. Calculated amplitude of the tension strain Γ in the elastoplastic layer bounded by two elastic layers (shown in gray). Top: calculated with parameters derived. Applied stress direction is shown by arrows at top and bottom

Можно видеть, что в случае использования стандартных постоянных параметров прочности, приводимых в табл. 1, упругопластический слой деформируется однородно (см. рис. 5, *вверху*), тогда как в случае использования переменного угла внутреннего трения (см. табл. 2) деформирование за пределом прочности происходит неоднородно и приводит к локализации неупругой деформации (см. рис. 5, *внизу*).

Предлагаемый подход к обработке экспериментальных данных был проверен на ряде образцов. На рис. 6 приведено сопоставление экспериментальных данных (кривые 1) с результатами численного моделирования трехосных испытаний, полученными с использованием параметров прочности, определенных по предлагаемой методике (кривые 2) для образцов 2, 3, 4 (см. табл. 1).

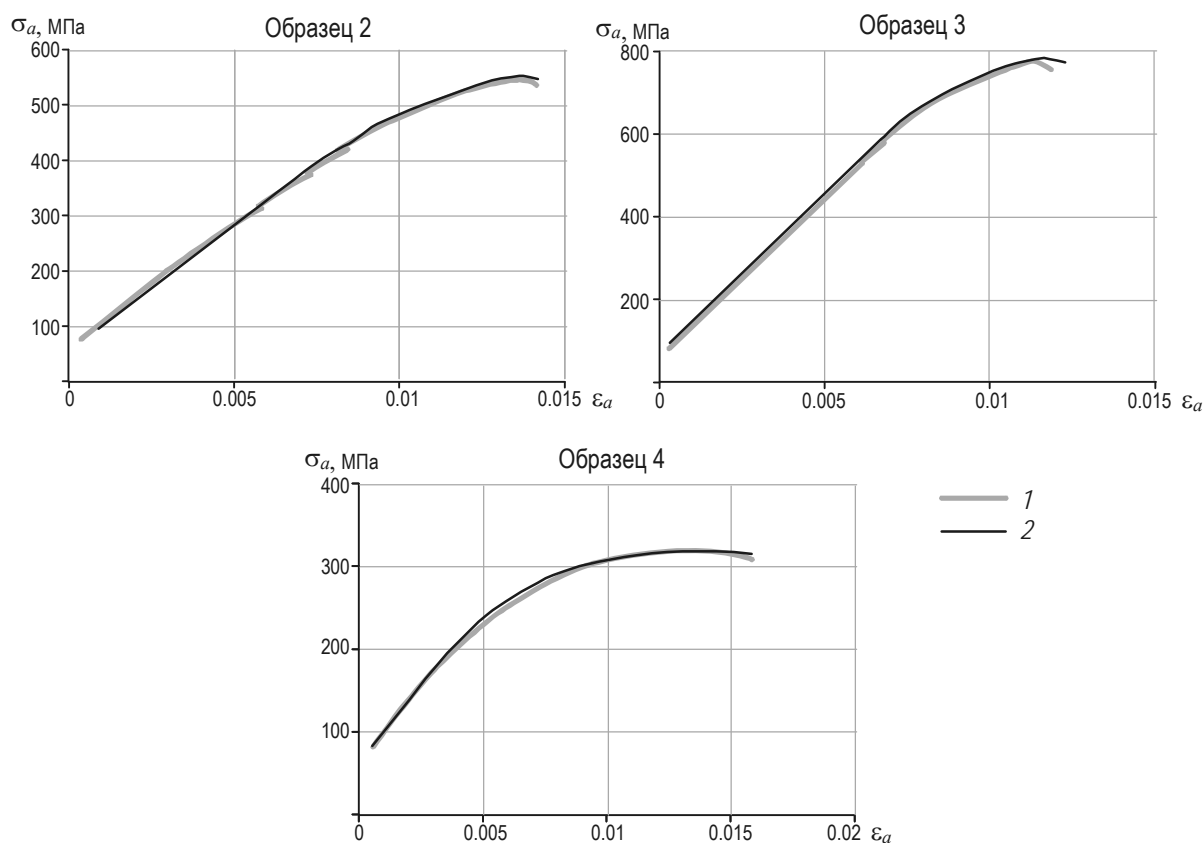


Рис. 6. Сопоставление экспериментальных и расчетных диаграмм деформирования при переменном угле трения для образцов 2, 3, 4: 1 – экспериментальные диаграммы, 2 – расчетные

Fig. 6. Comparison of the experimental (curves 1) and calculated (curves 2) deformation diagrams with the variable internal friction angle for samples 2 (top left), 3 (top right), 4 (bottom)

Диаграмма Кулона–Мора

При достижении предела упругости начинается растрескивание горной породы. Как показал предыдущий анализ, угол внутреннего трения постепенно возрастает от нуля до максимального значения $\varphi=16.5^\circ$ при достижении максимальной осевой нагрузки, после которой начинается разупрочнение и происходит формирование зоны локализации неупругой деформации.

Использование условия (22) позволяет построить диаграмму Кулона–Мора (рис. 7).

Горизонтальная линия Кулона–Мора соответствует начальному углу трения $\varphi=0^\circ$; наклонная сплошная прямая реализуется при достижении осевой нагрузки максимального значения при угле $\varphi=16.5^\circ$, после которого начинается разупрочнение (см. рис. 4). Пунктирные линии, расположенные между этими прямыми, соответствуют промежуточным углам трения $\varphi=5.5^\circ$ и $\varphi=11^\circ$ (см. табл. 2).

Диаграмма Кулона–Мора, полученная в результате стандартной обработки, показана в виде пунктирной прямой с углом внутреннего трения $\varphi=27.3^\circ$. Таким образом, для реального образца существуют две предельные линии Кулона–Мора, в отличие от идеализированного образца, полученного на основе стандартной обработки, для которого существует только одна линия Кулона–Мора.

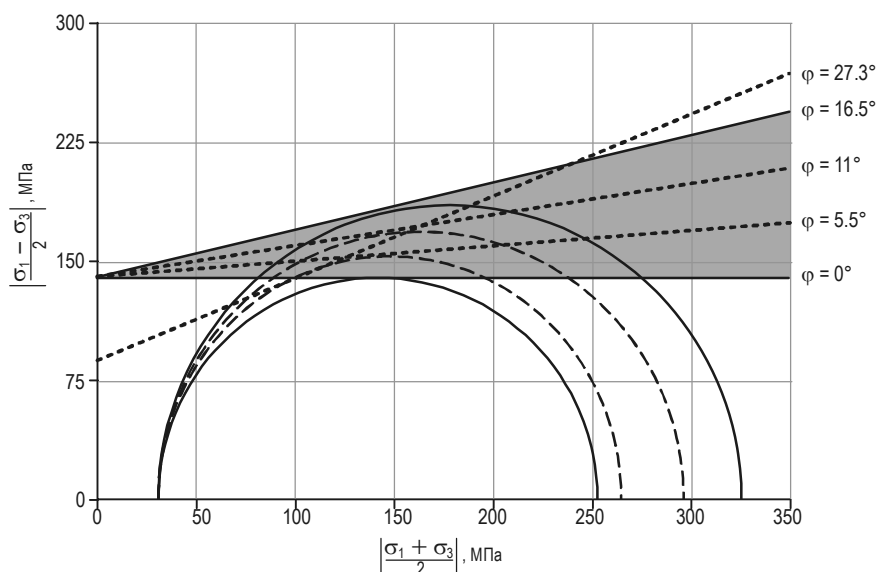


Рис. 7. Диаграммы Кулона–Мора, соответствующие различным этапам деформирования. Пояснения в тексте

Fig. 7. Coulomb–Mohr diagrams that corresponds to the different stages of deformation. Explanations in text

В пределах пластической области, отмеченной на рис. 7 серой заливкой, происходит формирование микротрещин, ориентированных под разными углами. Угол ψ , образуемый нормалью к плоскости трещины с осью образца, может быть рассчитан по формуле

$$\psi = \frac{\pi / 2 + \varphi}{2}. \quad (31)$$

Условие (31) характеризует положение точки на плоскости Мора, определяемой как точка касания круга Мора, построенного на главных напряжениях σ_1 и σ_3 , и прямой, соответствующей критерию Кулона–Мора (22). При нулевом угле внутреннего трения площадки скольжения ориентированы под углом 45° к оси образца; изменение угла внутреннего трения, сопровождающее накопление пластических деформаций, приводит к увеличению угла между нормалью к площадке скольжения и осью образца до значения $\psi=53.2^\circ$ (рис. 8). Локализация пластической деформации происходит на площадках, ориентация которых соответствует пиковому значению угла внутреннего трения.

Анализ рис. 7, 8 позволяет сделать вывод, что по мере нагружения образца происходит образование трещин разной ориентации, как это и наблюдается в экспериментах [Desrues, Viggiani, 2004]. При использовании стандартной методики допускается образование трещин только одной ориентации под углом $\psi=58.6^\circ$.

Итак, с ростом нагрузки сначала возникают трещины, ориентированные под углом, близким к 45° ; затем трещины начинают “прижиматься” к вертикальной оси. Оценим процент микротрещин разной ориентации, возникающих по мере увеличения пластической деформации. Общее число микротрещин, возникших в образце за время от начала пластического деформирования t^{pl} до момента его разрушения t^{cr} , примем за 100 %.

Пусть общая накопленная пластическая деформация Γ^{tot} на этом интервале равна $\Gamma^{pl}(t^{cr})$. Тогда доля трещин со средней ориентацией ψ_i , соответствующей середине

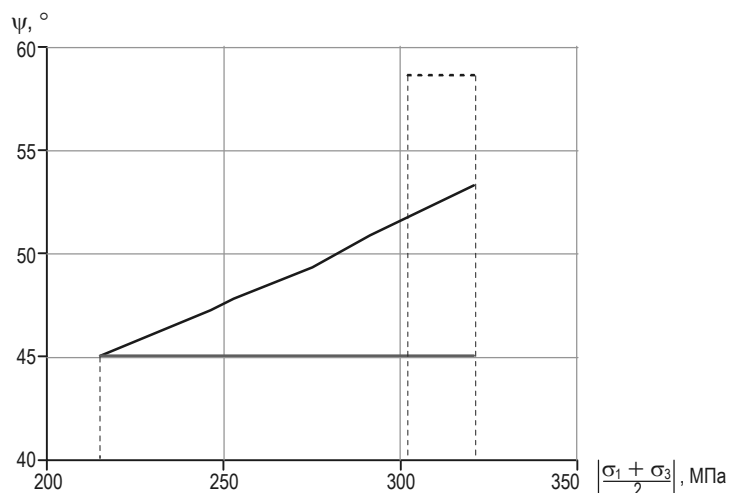


Рис. 8. График зависимости ориентации трещин ($\psi=58.6^\circ$), возникающих при пластическом течении, в случае стандартной обработки (пунктирная линия). Сплошные линии, построенные по предложенной методике, ограничивают область, в которой реализуются трещины с нормалью, ориентированной к оси образца под углами в интервале между $\psi=45^\circ$ и $\psi=53.2^\circ$

Fig. 8. Orientation of the fractures ($\psi=58.6^\circ$) that are caused by plastic deformation in the case of standard processing (dashed line). Solid lines are calculated with the approach suggested in this paper. These solid lines provide bounds for the area where fractures arising with the normal oriented between $\psi=45^\circ$ and $\psi=53.2^\circ$ to the sample axis

интервала деформирования $[t_i; t_{i+1}]$, на котором угол внутреннего трения меняется от φ_i до φ_{i+1} , будет равна $N^{cr}(\psi_i) = (\Gamma(t_{i+1}) - \Gamma(t_i)) / \Gamma^{tot}$.

Рассчитанная таким образом оценка доли трещин определённой ориентации показана в виде гистограммы на рис. 9 (по горизонтальной оси отложен нижний предел

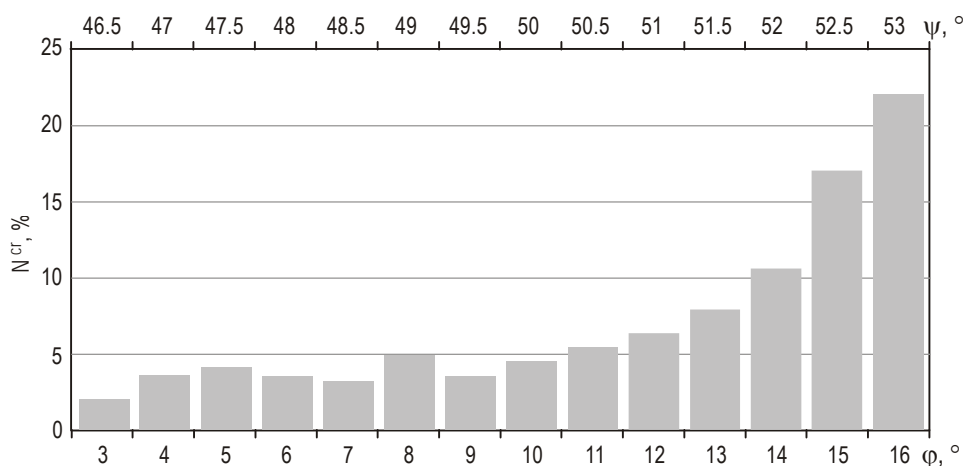


Рис. 9. Гистограмма доли микротрещин разной ориентации в процентах от общего числа микротрещин, возникших в образце. Верхняя горизонтальная ось – рассчитанные по формуле (31) средние значения угла между осью образца и наклоном нормали к плоскости трещины

Рис. 9. Histogram of the orientations of micro-cracks (in percent relative to total number of micro-cracks that arise in the sample). Top horizontal axis shows the mean angle between sample axis and normal to the crack plane ψ , calculated by (31)

значения угла внутреннего трения для соответствующего интервала $\varphi_i = \varphi(t_i)$). Средние значения угла между осью образца и наклоном нормали к плоскости трещины ψ , рассчитанные по формуле (31), показаны на рис. 9 на дополнительной горизонтальной оси, расположенной над гистограммой. Можно видеть, что в процессе нагружения наибольшее количество микротрещин (до 90 %) имеют углы, близкие к 53.2° , т.е. к углу формирующейся макротрещины.

Заключение

Изложена методика обработки данных трехосных испытаний образцов горных пород, позволяющая в полной мере учесть неупругое деформирование при использовании уравнений Прандтля–Рейса для сред с внутренним трением и дилатансией.

Проверка предложенной методики, выполненная на ряде образцов путем сравнения результатов трехосных испытаний с результатами численного моделирования, продемонстрировала эффективность использования переменного угла трения для моделирования деформаций горных пород.

Показано, что использование переменного угла трения в геомеханических моделях позволяет учесть локализацию пластической деформации, чего нельзя сделать на основе традиционного подхода к обработке экспериментальных данных.

Установлено, что существуют две предельные линии Кулона–Мора, ограничивающие область пластического деформирования, внутри которой происходит образование трещин разной ориентации, как это и наблюдается в экспериментах. При этом наибольшее количество микротрещин (до 90 %) имеют углы, близкие к $\psi=53.2^\circ$, т.е. к углу формирующейся макротрещины.

Литература

- Гарагаш И.А. Условия формирования регулярных систем полос сдвига и компакций // Геология и геофизика. 2006. Т. 47, № 5. С.657–668.
- Гарагаш И.А., Николаевский В.Н. Неассоциированные законы течения и локализация пластической деформации // Успехи механики. 1989. Т. 12, № 1. С.131–183.
- Николаевский В.Н. Определяющие уравнения пластического деформирования сыпучих сред // Прикладная математика и механика. 1971. Т. 35, № 6. С.1070–1082.
- Райс Дж.Р. Локализация пластических деформаций // Теоретическая и прикладная механика. М.: Мир, 1979. С.439–471.
- Тихоцкий С.А., Фокин И.В., Баяк И.О., Белобородов Д.Е., Березина И.А., Гафурова Д.Р., Дубиня Н.В., Краснова М.А., Корост Д.В., Макарова А.А., Патонин А.В., Пономарев А.В., Хамидуллин Р.А., Цельмович В.А. Комплексные лабораторные исследования керна в ЦПГИ ИФЗ РАН // Наука и технологические разработки. 2017. Т. 96, № 2. С.17–32.
- Desrues J., Viggiani G. Strain localization in sand: an overview of the experimental results obtained in Grenoble using stereophotogrammetry // Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech. 2004. V. 28. P.279–321.
- Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions, Ver. 3.1. User's Manual. Itasca Consulting Group. Inc. Minneapolis: Itasca, 2006.
- Garagash I.A., Dubovskaya A.V., Bayuk I.O., Tikhotskiy S.A., Glubokovskikh S., Korneva D.A., Berезина I.A. 3D geomechanical modeling of oil field on the basis of a model of the mechanical properties for the task of wells construction // Proceedings of the SPE Russian Oil & Gas Exploration and production. Moscow, 2015. 11 p.
- Garagash I.A., Nikolaevski V.N., Dudley J.W. FLAC simulation of triaxial and compaction tests an unconsolidated reservoir sand. FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics // Proceedings of the International Symposium. Balkema, 1999. P.505–510.

- Kim M.M., Ko H.Y.* Multistage triaxial testing of Rocks // *Geotechnical Testing*. 1979. V. 2, N 2. P.98–105.
- Rudnicki J.W., Rice J.R.* Conditions for localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials // *J. Mech. Phys. Solids*. 1975. V. 23, N 6. P.371–390.
- Vermeer P.A., de Borst R.* Non-associated plasticity for soils, concrete and rock // *Heron*. 1984. V. 29, N 3. P.1–64.

Сведения об авторах

ГАРАГАШ Игорь Александрович – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, заведующий лабораторией, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123242, Москва, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1. Тел.: +7(499) 254-23-25. E-mail: garagash@mail.ru

ДУБИНЯ Никита Владиславович – научный сотрудник, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123242, Москва, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1. Тел.: +7(903) 789-57-07. E-mail: Dubinya.NV@gmail.com

РУСИНА Оксана Алексеевна – аспирант, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова. 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1; инженер, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123242, Москва, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1. Тел.: +7(499) 254-25-53. E-mail: oksana.rus0204@gmail.com

ТИХОЦКИЙ Сергей Андреевич – член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, директор, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123242, Москва, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1. Тел.: +7(499) 766-26-56. E-mail: direction@ifz.ru

ФОКИН Илья Владимирович – заведующий Центром петрофизических и геомеханических исследований, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123242, г. Москва, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1. Тел.: +7(499) 254-25-53. E-mail: fokin@ifz.ru

ESTIMATION OF ROCK STRENGTH PROPERTIES FROM TRIAXIAL TEST DATA

I.A. Garagash¹, N.V. Dubinya¹, O.A. Rusina^{1,2}, S.A. Tikhotsky¹, I.V. Fokin¹

¹ *Schmidt Institute of Physics of the Earth, the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

² *Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

Abstract. The article is devoted to usage of non-associated plastic flow law for describing deformation processes occurring in rock masses subjected to external stresses. The constitutive relations are formulated for a rock mass being subjected to stresses exceeding its elasticity limit. The concept of friction angle being a function of accumulated plastic strain is used to describe deformation process. The experimentally obtained stress-strain curves provided by series of triaxial tests carried out for fractured rock samples are considered within the formulated model. It is shown that usage of non-associated plastic flow law gives an opportunity to describe the experimental results more precisely compared to standard methods such as Mohr–Coulomb model. Numerical simulation presented in the article provides an image of plastic deformation localization taking place in rocks in natural conditions. The physical mechanism of plastic deformation accumulation through emerging fractures and reactivation and propagation of pre-existing fractures is proposed. The fracture system evolution model tendency is revealed for conditions of triaxial test: it is shown that propagating fractures are to be specifically spatially oriented as the angle between normal vectors to them and the symmetry axis can be calculated. As far as the concept of changing friction angle is used, the spatial orientations and relative number of propagating fractures in rock masses can be qualitatively and quantitatively determined at each moment of deformation process. The proposed model of fractured rocks' deformation under applied external stresses tested using experimental data can be used for a more precise description of rheology while dealing with geomechanical problems.

Keywords: geomechanical modeling, strength properties of rocks, nonassociated law of plastic flow, variable angle of internal friction.

References

- Desrues J. and Viggiani G. Strain localization in sand: an overview of the experimental results obtained in Grenoble using stereophotogrammetry *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 2004, vol. 28, pp. 279–321.
- Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions, Ver. 3.1, User's Manual. Itasca Consulting Group. Inc. FLAC3D. Minneapolis: Itasca, 2006.
- Garagash I.A., and Nikolaevskii V.N. Non-associated flow laws and plastic deformation localization, *Advances in mechanics*, 1989, vol. 12, no. 1, pp. 131-183.
- Garagash I.A., Conditions of the formation of regular systems of shear and compaction, *Russian Geology and Geophysics*, 2006, vol. 47, pp. 657-668.
- Garagash I.A., Dubovskaya A.V., Bayuk I.O., Tikhotskiy S.A., Glubokovskikh S., Korneva D.A., and Berezina I.A. 3D geomechanical modeling of oil field on the basis of a model of the mechanical properties for the task of wells construction, *Proceedings of the SPE Russian Oil & Gas Exploration and Production*, Moscow, 2015. 11 p.
- Garagash I.A., Nikolaevskii V.N., and Dudley J.W. FLAC simulation of triaxial and compaction tests an unconsolidated reservoir sand. FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics, *Proceedings of the International Symposium*, Balkema, 1999, pp. 505-510.
- Kim M. M. and Ko H.Y. Multistage triaxial testing of Rocks, *Geotechnical Testing*, 1979, vol. 2, no. 2, pp. 98-105.
- Nikolaevskii V.N. Governing equations of plastic deformation of a granular medium, *PMM*, 1971, vol. 35, no. 6, pp. 1070-1082.
- Rice J.R., The Localization of Plastic Deformation, *Theoretical and Applied Mechanics*, Moscow: Mir Publishers, 1979, pp. 439-471.
- Rudnicki J.W. and Rice J.R. Conditions for localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 1975, vol. 23, no. 6, pp. 371-390.
- Tikhotskiy S.A., Fokin I.V., Bayuk I.O., Beloborodov D.E., Berezina I.A., Dubinya N.V., Gafurova D.R., Krasnova M.A., Korost D.V., Makarova A.A., Patonin A.V., Ponomarev A.V., Khamidullin R.A., and Tselmovich V.A. Complex of laboratory core analysis at CPGR IPE RAS, *Nauka i tekhnologicheskiye razrabotki (Science and Technological Developments)*, 2017, vol. 96, no. 2, pp. 17-32.
- Vermeer P.A. and de Borst R. Non-associated plasticity for soils, concrete and rock, *Heron*, 1984, vol. 29, no. 3, pp. 1-64.