

УДК 523.42:551

ОЦЕНКИ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ НЕДР ПОД ЛОКАЛЬНЫМИ ТОПОГРАФИЧЕСКИМИ СТРУКТУРАМИ МАРСА

© 2018 г. А.В. Батов^{1,2}, Т.В. Гудкова², В.Н. Жарков²

¹ Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, Россия

² Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва, Россия

Показано, что для расчета распределения напряжений в недрах Марса целесообразно использование данных гравитационного поля в виде коэффициентов разложения по полиномам Лежандра до 90-й степени и порядка (модели *MRO120D*, *GMM-3*).

Проведен сравнительный анализ полей напряжений, полученных для названных моделей. Рассчитаны картины напряжений под рядом топографических структур Марса, которые могут представлять интерес для выявления зон возможных очагов марсотрясений.

Ключевые слова: гравитационное поле, топография, напряжения растяжения–сжатия, напряжения сдвига, Марс.

Введение

Зоны сейсмической опасности на Земле изучаются по сейсмическим данным, данным топографии и гравитационного поля. Поскольку для Марса, в отличие от Земли и Луны, сейсмические данные отсутствуют, то основой для изучения недр этой планеты служат данные топографии и гравитационного поля. Эти данные широко используются не только для оценки физических параметров планеты, таких как толщина коры для локальных поверхностных структур, ее средняя плотность, мощность литосферы [Wieczorek, Zuber, 2004; Belleguic, Lognonné, Wieczorek, 2005; Pauer, Breuer, 2008; Beuthe et al., 2012; Grott, Wieczorek, 2012; Audet, 2014], но и для исследования напряженного состояния марсианских недр [Phillips, Lambeck, 1980; Banerdt et al., 1982; Жарков, Кошляков, Марченков, 1991; Кошляков, Жарков, 1993; Чуйкова, Насонова, Максимова, 2012, 2014; Tenzer, Eshagh, Jin, 2015; Гудкова, Батов, Жарков, 2017]. При моделировании внутреннего строения планеты данные о гравитационном поле Марса (средний момент инерции и приливное число Лява k_2 , являющееся функционалом от распределения упругих параметров в его недрах) накладывают ряд ограничений.

На Земле большинство зон повышенных напряжений связано с активными глобальными тектоническими процессами. При разработке способов оценки природных напряжений используются методы тектонофизики, опирающиеся на фундаментальные достижения геомеханики, анализ геологических и сейсмических данных, а также на результаты лабораторного изучения закономерностей хрупкого разрушения [Ребецкий, 2007].

Тектонические особенности марсианской поверхности носят региональный характер, следов плейт-тектоники на планете нет. Если под литосферой Марса и существует тепловая конвекция, то она, скорее всего, второстепенна, и напряженное состояние недр Марса связано, главным образом, с упругими деформациями приповерхностных горизонтов планеты, что позволяет использовать при анализе статический подход.

Статический метод, предполагающий привлечение для расчетов техники функций Грина (или метода нагруженных чисел), был развит рядом авторов при исследовании напряженного состояния недр Венеры [Марченков, Любимов, Жарков, 1984; Жарков, Марченков, Любимов, 1986; Жарков, Марченков, 1987; Марченков, Жарков, 1989]. Совместный анализ данных гравитационного поля и топографии в рамках этого метода позволяет получить представление о распределении напряжений и в недрах Марса [Жарков, Кошляков, Марченков, 1991; Кошляков, Жарков, 1993; Гудкова, Батов, Жарков, 2017].

Вопрос о модельной структуре марсианского гравитационного поля подробно рассмотрен в [Жарков, Гудкова, 2016]. Авторы этой работы использовали данные измерений, которые были выполнены космическими аппаратами *Mars Global Surveyor (MGS)*, *Mars Odyssey (ODY)* и *Mars Reconnaissance Orbiter (MRO)* и представлены в модели *MRO110B2* [Konopliv et al., 2011]; в названной модели поле разложено по сферическим функциям до 110-й степени и порядка.

Данные о топографии и гравитационном поле Марса постоянно уточняются. В настоящее время разложение гравитационного поля по полиномам Лежандра доведено до 120-й степени и порядка. В 2016 г. две независимые группы учёных, использовавших большой объем данных, полученных с помощью космических аппаратов *MGS*, *ODY*, *MRO*, одновременно опубликовали работы по исследованию гравитационного поля Марса [Genova et al., 2016; Konopliv et al., 2016]. Представленные в этих работах результаты, дополняя друг друга, довольно хорошо согласуются между собой. Значения чисел Лява, полученные разными авторами, близки: в одном случае $k_2=0.1697\pm 0.0027$ [Genova et al., 2016], в другом – $k_2=0.169\pm 0.006$ [Konopliv et al., 2016]. Обе группы выполнили разложение гравитационного поля Марса по нормализованным сферическим функциям до 120-й степени и порядка и получили модели *MRO120D* [Konopliv et al., 2016] и *GMM-3 (Goddard Mars Model 3)* [Genova et al., 2016]. В обеих моделях коэффициенты при высоких степенях гармоник определены более точно по сравнению с данными, опубликованными ранее в [Konopliv et al., 2011]. Модели *MRO120D* и *GMM-3* представляет собой ряд полностью нормализованных коэффициентов и доступны на сайте Системы планетных данных¹.

Рассматриваемое разложение гравитационного потенциала по нормализованным сферическим функциям до 120-й степени и порядка в сферической системе координат с началом в центре масс имеет стандартный вид:

$$V(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{120} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_e}{r} \right)^n (C_{g_{nm}} \cos m\lambda + S_{g_{nm}} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) \right], \quad (1)$$

где r – расстояние от точки наблюдения до начала координат; φ и λ – ареоцентрические широта и долгота; M – масса планеты; G – гравитационная постоянная; R_e – экваториальный радиус (нормирующий радиус); $C_{g_{nm}}$ и $S_{g_{nm}}$ – нормализованные гравитационные моменты; P_{nm} – нормализованные функции Лежандра степени n и азимутального числа m , удовлетворяющие соотношению

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 P_{nm}^2(\sin \varphi) \begin{cases} \cos^2(m\lambda) \\ \sin^2(m\lambda) \end{cases} d(\sin \varphi) d\lambda = 4\pi. \quad (2)$$

Таким образом, можно считать, что крупномасштабную структуру гравитационного поля Марса мы знаем с хорошей точностью. Минимальную длину волны такого

¹ <http://pds-geosciences.wustl.edu>, под названием *jgmro-120d_sha.tab* и *gmm3_120_sha.tab*

поля (размер разрешаемых деталей поля) можно оценить, поделив длину большого круга на степень гармоники, что дает примерно 177 км.

В настоящее время данные о топографии Марса более детальны, пространственное разрешение в области экватора составляет ~ 1 км по широте и ~ 2 км по долготе. В работе [Smith et al., 2001] разложение данных топографии, полученных прибором *MOLA (Mars Orbiter Laser Altimeter)* с космического аппарата *MGS*, представлено в виде коэффициентов разложения по полиномам Лежандра высот рельефа относительно центра масс до 1152-й степени и порядка:

$$R_{\text{рельеф}}(r, \varphi, \lambda) = R + \sum_{n=1}^{1152} \sum_{m=0}^n [C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda] P_{nm}(\sin \varphi), \quad (3)$$

где R – средний радиус Марса; C_{nm} и S_{nm} – гармонические коэффициенты в разложении рельефа (в метрах). Позднее в работе [Wiezorek, 2015] данные топографии были представлены до 2600-й степени и порядка.

Расчеты напряжений растяжения–сжатия и максимальных сдвиговых напряжений в недрах Марса для чисто упругих моделей и моделей с литосферой варьируемой толщины (150–500 км), расположенной на частично потерявшем упругие свойства ослабленном слое, были выполнены в работе [Гудкова, Батов, Жарков, 2017]. Ослабление моделировалось десятикратным понижением значения модуля сдвига μ в слое, залегающем под литосферой и простирающемся до ядра.

В настоящей работе, основанной на моделях *MRO120D* [Konopliv et al., 2016] и *GMM-3* [Genova et al., 2016], показано, что для расчета распределения напряжений в недрах Марса целесообразно использование данных гравитационного поля и топографии, представленных в виде коэффициентов разложения по полиномам Лежандра только до 90-й степени и порядка. Это связано с тем, что для более высоких гармоник корреляция данных гравитационного поля и топографии заметно ухудшается. Проведено сравнение полей напряжений, полученных для моделей *MRO120D* и *GMM-3*, используемых в качестве граничных условий, и проанализированы картины напряжений под отдельными топографическими структурами планеты, которые, по мнению авторов, представляют интерес для выявления зон возможных очагов марсотрясений.

Анализ данных гравитационного поля и топографии Марса

При использовании данных топографии и гравитационного поля всегда встает вопрос о поверхности, относительно которой отсчитываются высоты рельефа и ареоида, а также аномалии гравитационного поля. Марс – сильно неравновесная планета. В работе [Жарков, Гудкова, 2016] показано, что внешние слои этой планеты существенно отклоняются от состояния гидростатического равновесия, значительно сильнее, чем это имеет место на Земле. В настоящей работе топография и гравитационное поле Марса определяются по отношению к референсной поверхности, в качестве которой выбран равновесный сфероид [Zharkov, Gudkova, Molodensky, 2009; Жарков, Гудкова, 2016]. Гидростатически равновесная модель хорошо служит как отсчетная при оценке напряженного состояния недр, так как в ней все напряжения, кроме давления, равны нулю. В таком случае нагрузка представляет собой вес рельефа относительно эквипотенциальной поверхности, т.е. определяется отклонением от состояния гидростатического равновесия.

Ниже мы будем рассматривать лишь неравновесные компоненты топографии и гравитационного поля Марса, полагая в (1) и (3) в качестве второго и четвертого зональных коэффициентов C_{l20} , C_{l40} и C_{g20} , C_{g40} их негидростатические составляющие, т.е. вычитая из измеренных величин их модельные равновесные значения.

Разложение по сферическим функциям топографии и гравитационного поля позволяет рассчитать их порядковые дисперсии по формулам

$$(D_t)_n = \sum_{m=0}^n (C_{tm}^2 + S_{tm}^2), \quad (D_g)_n = \sum_{m=0}^n (C_{gm}^2 + S_{gm}^2). \quad (4)$$

Учитывая, что суммы содержат по $(2n+1)$ членов, удобно ввести величины

$$(\sigma_t)_n = \sqrt{\frac{(D_t)_n}{2n+1}}, \quad (\sigma_g)_n = \sqrt{\frac{(D_g)_n}{2n+1}}, \quad (4a)$$

которые имеют смысл среднего квадратичного значения для одной элементарной гармоники порядка n .

Ранее в [Жарков, Гудкова, 2016] были выполнены расчеты порядковых дисперсий для топографии и гравитационного поля для модели *MRO110B2* [Konopliv et al., 2011]. Результаты расчетов порядковых дисперсий для моделей гравитационного поля *MRO120D* [Konopliv et al., 2016] и *GMM-3* [Genova et al., 2016] приведены на рис. 1. Можно видеть, что в спектре доминирует длинноволновая часть, соответствующая низким степеням n . Поведение спектров двух моделей практически совпадает до степени 100. На рис. 1 изображены также линии для степенных законов, наилучшим образом описывающих поведение обеих дисперсий. Выборочные стандартные отклонения гравитационного поля в разложении до 120-й степени и порядка хорошо аппроксимируются степенными функциями $2.28 \cdot 10^{-4} \times n^{-2.19}$ для модели *GMM-3* и $2.7 \cdot 10^{-4} \times n^{-2.24}$ для модели *MRO120D*¹. Результаты близки к упомянутым выше данным, полученным для модели *MRO110B2* [Жарков, Гудкова, 2016].

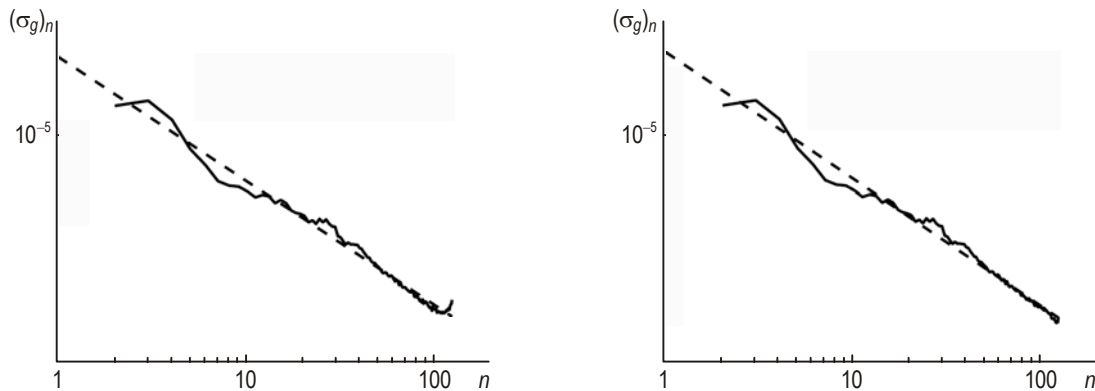


Рис. 1. Порядковые дисперсии неравновесной части гравитационного потенциала для модели *GMM-3* (слева) и *MRO120D* (справа). Штриховые линии соответствуют наилучшему степенному закону для всего спектра

Fig. 1. Root mean square magnitudes (variances) of the harmonic coefficients for two models of gravity field: *GMM-3* (left) and *MRO120D* (right). The dashed lines correspond to the best power law for the whole spectrum

¹ В двойном логарифмическом масштабе степенная функция представляет собой прямую $y=ax+b$, и необходимо найти коэффициенты a и b , при которых эта прямая наилучшим образом приближает исходные данные. Использовался метод наименьших квадратов, коэффициент детерминации $R^2=0.98$.

Для двух рассматриваемых моделей – *MRO120D* [Konopliv et al., 2016] и *GMM-3* [Genova et al., 2016] – по формуле

$$\beta_n(t, g) = \frac{\sum_{m=0}^n (C_{tm} C_{gm} + S_{tm} S_{gm})}{\sqrt{(D_t)_n (D_g)_n}} \quad (5)$$

были вычислены приводимые на рис. 2 коэффициенты порядковой корреляции топографии и гравитационного поля Марса $\beta_n(t, g)$.

Коротковолновые аномалии гравитационного поля Марса, в основном, обусловлены изостатически скомпенсированными мелкомасштабными деталями топографии. Поэтому хорошая корреляция между данными гравитационного поля и топографии при высоких гармониках может рассматриваться как указание на верное решение при разложении гравитационного поля по сферическим функциям.

Из приведенного на рис. 2 следует, что при гармониках выше 90-й степени корреляция между данными топографии и гравитационного поля начинает спадать. Авторы модели *MRO120D* [Konopliv et al., 2016] отмечали, что, несмотря на то, что модель определена до 120-й степени и порядка, ее реальное глобальное разрешение близко к 95-й степени, начиная с которой ошибка в коэффициентах разложения сравнима с величинами самих коэффициентов. По этой причине для расчета распределения напряжений в недрах Марса разумно использовать данные гравитационного поля и топографии в виде коэффициентов разложения по полиномам Лежандра только до 90-й степени и порядка.

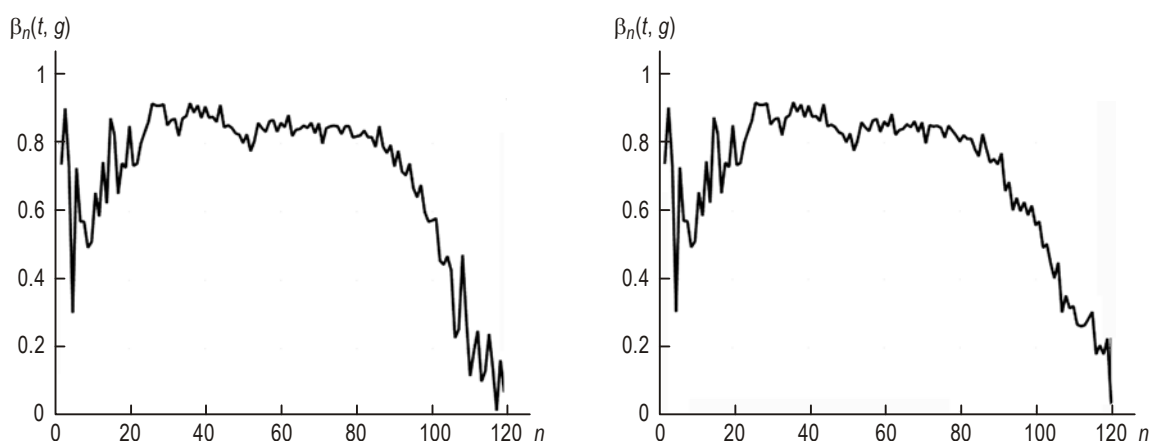


Рис. 2. Коэффициенты порядковой корреляции топографии и гравитационного поля для двух моделей – *GMM-3* (слева) и *MRO120D* (справа)

Fig. 2. Coefficients of the order correlation for the topography and the gravity field for the model *GMM-3* (left) and the model *MRO120D* (right)

Отметим, что гармоники степеней $n \geq 3$ имеют хоть и положительную, но умеренную корреляцию (~ 0.5 – 0.8), что указывает на наличие в верхних горизонтах планеты аномалий плотности, не связанных непосредственно с топографическими структурами.

Корреляция данных гравитационного поля и топографии Марса отличается от картины, наблюдаемой на Земле, для которой гармоники низких степеней не проявляют значительной корреляции и длинноволновое гравитационное поле которой не связано напрямую с топографией.

Гравитационное поле Марса обусловлено длинноволновым полем самой мощной марсианской топографической структуры, которой является поднятие Фарсида. Амплитуды гармоник степеней $n=2-6$ в спектре потенциала значительно превосходят амплитуды остальной части спектра и несут в себе информацию, прежде всего, о глобальной фарсидской аномалии.

Расчет напряжений в недрах Марса

Метод расчета напряжений

Метод расчета напряжений подробно изложен в работе [Гудкова, Батов, Жарков, 2017]. В настоящем исследовании расчеты напряжений растяжения–сжатия и максимальных сдвиговых напряжений выполнены для двух моделей внутреннего строения Марса, удовлетворяющих всем имеющимся на сегодняшний день геофизическим и геохимическим данным по этой планете [Жарков, Гудкова, Батов, 2017]:

модель M_50: средняя толщина коры – 50 км; средняя плотность – $2900 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$, скачок плотности на границе кора–мантия – $360 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$;

модель M_100: средняя толщина коры – 100 км; средняя плотность – $2900 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$, скачок плотности на границе кора–мантия – $270 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$.

Расчеты проводились для упругой модели и для модели с упругой литосферой варьируемой толщины (150–500 км), расположенной на частично потерявшем упругие свойства ослабленном слое. Как уже отмечалось, ослабление моделировалось десятикратным понижением значения модуля сдвига μ в слое, залегающем под литосферой, который считался простирающимся до ядра.

Поскольку по данным о гравитационном поле планеты невозможно получить единственное распределение плотностных аномалий, то для определенности задачи было сделано предположение, что на Марсе существуют два источника аномального гравитационного поля – неравновесный рельеф и аномалии плотности на границе кора–мантия.

Граничным условием при решении задачи расчета напряжений – системы уравнений упругого равновесия гравитирующей планеты для каждой гармоники n и m до 90-й степени и порядка – служит разложение по сферическим гармоникам данных топографии и гравитационного поля Марса (модели *MRO120D* и *GMM-3*), определяемых по отношению к референсной поверхности, в качестве которой принимается равновесный сфероид. Коэффициенты разложения по сферическим функциям аномальных волн плотности на поверхности и на границе кора–мантия подбираются так, чтобы получить наблюдаемые значения коэффициентов гравитационного поля C_{ginm} и топографии C_{tinm} .

Сравнение полей напряжений, полученных для моделей *MRO120D* и *GMM-3*

Для упругой модели внутреннего строения Марса *M_50* были выполнены расчеты напряженного состояния на поверхности планеты с использованием в качестве граничного условия как данных гравитационного поля *MRO120D* [Konopliv et al., 2016], так и *GMM-3* [Genova et al., 2016]. Относительные отклонения значений напряжений сдвига $((\tau^{GMM-3} - \tau^{MRO120D})/\tau^{MRO120D}) \cdot 100\%$ и растяжения–сжатия $((p_{\sigma}^{GMM-3} - p_{\sigma}^{MRO120D})/p_{\sigma}^{MRO120D}) \cdot 100\%$ при использовании разных исходных моделей представлены на рис. 3.

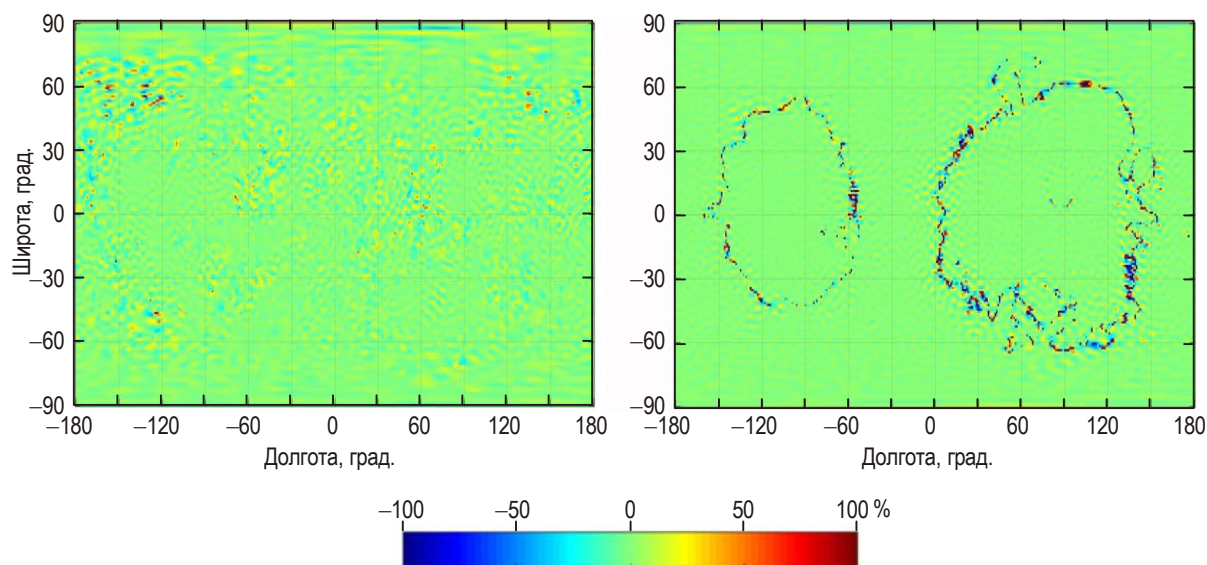


Рис. 3. Отклонение значений напряжений сдвига (слева) и растяжения–сжатия (справа), полученных при использовании модели *GMM-3*, от их значений, полученных при использовании модели *MRO120D*. Расчеты выполнены на поверхности планеты при толщине коры 50 км. Для большей наглядности максимальное отклонение принято равным 100 %

Fig. 3. Relative difference of the shear (left) and the tension–compression (right) stresses between the gravity field models *GMM-3* and *MRO120D* on the surface of the planet calculated for the crust thickness of 50 km. For visual simplicity the maximum deviation is 100 %

Среднее отклонение полученных величин напряжений растяжения–сжатия составляет не более 4 %; для сдвиговых напряжений – менее 1 %. Однако иногда, например, на границе поднятия Фарсида, значения могут различаться в тысячи раз из-за малости этих значений ($p_{\sigma} \ll 1$ МПа, $\tau \ll 1$ МПа).

Для первоначального выявления основных особенностей распределения напряжений для всей планеты безразлично, какую из двух моделей гравитационного поля – *MRO120D* или *GMM-3* – выбрать, поскольку их различия не сильно влияют на результаты вычислений. Однако при подробном исследовании определенного района Марса целесообразно производить расчеты для обеих моделей. Нами далее при расчете напряжений в качестве граничного условия была принята модель *MRO120D*.

Профили напряжений под локальными топографическими структурами

Топографическая поверхность Марса отличается крайней нерегулярностью. Планете свойственна дихотомия (в южном полушарии преобладают возвышенности, в северном – низменности), из-за чего положение ее геометрического центра масс и центра масс расходятся на 3.3 км. Следствием разной геологической истории полушарий стало существенное различие их поверхностей – поверхность южного сильно кратерирована, на ней выделяются вулканические структуры и каньоны; поверхность северного, покрывающего примерно одну треть всей планеты, более гладкая со следами лавовых потоков. Полушария различаются и мощностью коры – кора южного тоньше коры северного.

Площадное распределение основных топографических структур Марса представлено на рис. 4; ниже приводится подробное описание этих структур.

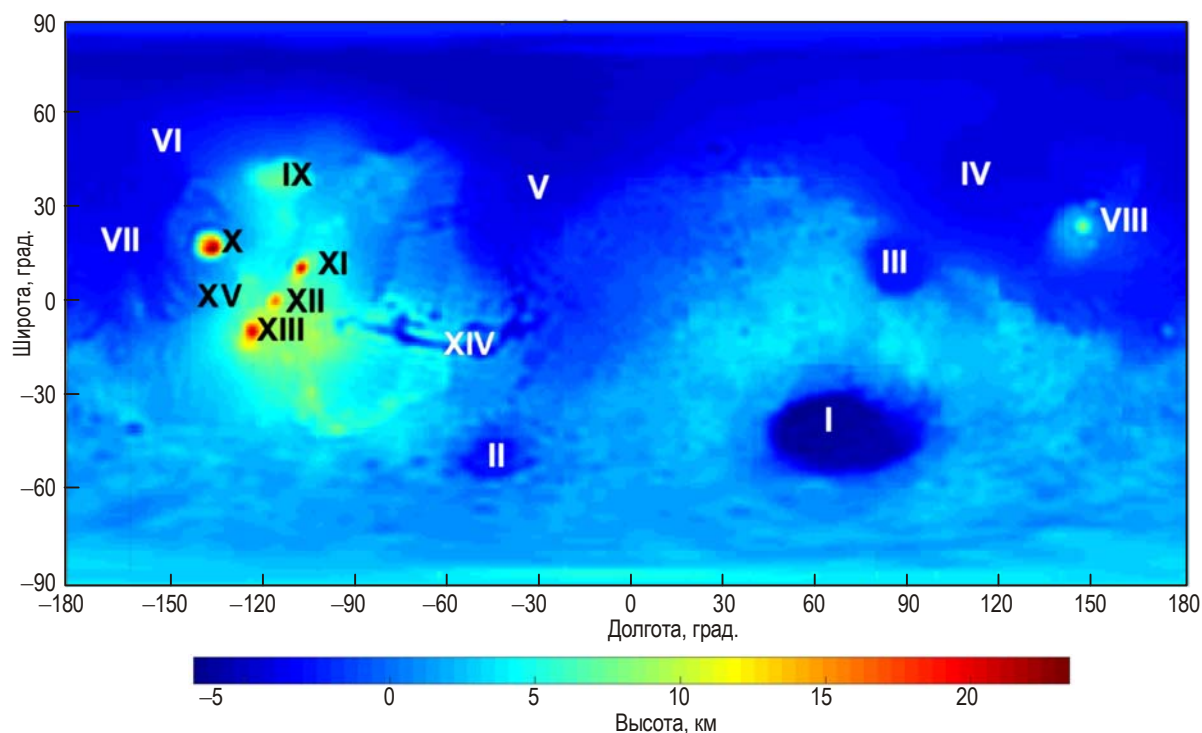


Рис. 4. Основные топографические структуры на карте высот марсианского рельефа по отношению к равновесной фигуре. Использовано разложение топографии по сферическим функциям до 90-й степени и порядка

I – бассейн Эллада, II – бассейн Аргир, III – бассейн Исиды, IV – равнина Утопия, V – Ацидалийское море, VI – равнина Аркадия, VII – равнина Амазония, VIII – поднятие Элизий, IX – патера Альба, X – вулкан Олимп, XI – вулкан Аскрийский, XII – вулкан Павлиний, XIII – вулкан Арсия, XIV – долина Маринера, XV – патера Библиды

Fig. 4. The map of Martian relief heights after the expansion in spherical harmonics complete to the degree and order of 90 (3) relative to the surface of equilibrium figure. Legend: (I) Hellas Planitia; (II) Argyre Planitia; (III) Isidis Planitia; (IV) Utopia Planitia; (V) Mare Acidalium; (VI) Arcadia Planitia; (VII) Amazonis Planitia; (VIII) Elysium Mons; (IX) Alba Patera; (X) Olympus Mons; (XI) Ascraeus Mons; (XII) Pavonis Mons; (XIII) Arsia Mons; (XIV) Valles Marineris; (XV) Biblis Patera

Характерная особенность Марса – наличие огромного, занимающего пятую часть общей поверхности планеты поднятия Фарсида (или Тарсис). Это поднятие представляет собой расположенное в районе экватора вулканическое нагорье высотой 7 км и протяженностью 6 тыс. км. В пределах поднятия Фарсида расположены огромные потухшие вулканы: Олимп, который является самой высокой горой Солнечной Системы (18°4' с.ш., 133°5' з.д.), Аскрийский (11°6' с.ш., 104°1' з.д.), Павлиний (0°35' с.ш., 112°5' з.д.), Арсия (8°21' ю.ш., 120°05' з.д.). В восточной части поднятия пересекается долиной Маринера (13°9' ю.ш., 59°2' з.д.), гигантским каньоном длиной более 4 тыс. км и глубиной до 7 км при ширине 200 км.

Второе по величине поднятие – вулканический район Элизий (25° с.ш., 147°2' в.д.). Стоит выделить хорошо сохранившиеся в южном полушарии Марса равнинные низменности ударного происхождения. В первую очередь, это имеющая протяженность 2.3 тыс. км гигантская равнина Эллада (42°4' ю.ш., 70°5' в.д.), которая является самой глубокой низменностью планеты – ее поверхность лежит на 9 км ниже окружающей возвышенности. Несколько меньше по размерам равнина Аргир (50° ю.ш.,

43° з.д.), которая также относится к хорошо сохранившимся ударным структурам; диаметр этой равнины составляет 700–800 км, глубина достигает 5.2 км. Еще одна низменность ударного происхождения расположена в северном полушарии вблизи экватора – это бассейн Исиды (12°9' с.ш., 87° в.д.), имеющий диаметр 1.5 тыс. км.

Недалеко от вулкана Олимп находится патера Библиды (2°52' с.ш., 235°62' в.д.), потухший вулкан, размеры основания которого составляют примерно 170×100 км, высота – 3 км; в центре вулкана расположена кальдера диаметром 54 км и глубиной 4 км.

В северном полушарии Марса находятся протяженные равнины: равнина Аркадия (47°2' с.ш., 184° в.д.), гигантская низменность глубиной 0–3 км с остатками свежей лавы; Ацидалийское море (50° с.ш., 339° в.д.) с поверхностью, лежащей на 4–5 км ниже референсной; равнина Утопия (46°7' с.ш., 117°5' в.д.), представляющая собой древний ударный кратер, глубина которого меньше, чем у описанных выше равнин Эллады, Аргир и Исиды, но больше, чем у равнин Ацидалийского моря и Аркадии.

Рассчитанные для выше перечисленных топографических структур картины распределения напряжений по глубине под ними могут быть разбиты на три категории – напряжения под вулканами, напряжения под ударными структурами, напряжения под равнинами (рис. 5).

Напряжения под вулканами Олимп, Аскрийсий, Павлиний и Арсия с глубиной изменяются схожим образом; при этом абсолютные значения напряжения сжатия убывают в последовательности Олимп, Аскрийский, Арсия, Павлиний. Напряжения сдвига в этих районах являются максимальными для Марса, достигая на поверхности планеты 80 МПа¹. На глубине 10–25 км напряжения падают до 20 МПа, после чего растут до 60 МПа на глубине 100 км. Пик напряжений, составляющий 100 МПа, достигается на границе литосферы. Затем напряжения сдвига медленно спадают до значения 6 МПа на глубине 500 км. Напряжения сжатия в этой области также являются максимальными для Марса: под поверхностью планеты они достигают 170 МПа, на глубине 10 км – 300 МПа. Для областей гор разница напряжений при расчетах для моделей с толщиной коры 50 км (M_50) и 100 км (M_100) визуально невелика – графики сохраняют свою форму, различия максимальных напряжений сжатия составляют 5–10 %.

Распределение напряжений под поднятием Элизий аналогично описанному для вулканов Олимп, Аскрийский, Арсия, Павлиний, однако максимальные напряжения под ними меньше. Так, напряжения сдвига достигают 32 МПа на поверхности, напряжения сжатия – 70 МПа на глубине 10 км. Стоит отметить, что сразу под литосферой в области под вулканами Олимп и Элизий имеется зона, в которой напряжения сжатия переходят в напряжения растяжения, составляющие 30 МПа под вулканом Олимп и 25 МПа под поднятием Элизий.

Под патерой Альба напряжения сжатия довольно высоки (~100 МПа) и сопоставимы с уровнем напряжения под поднятием Элизий, несмотря на то, что поднятие Элизий в два раза выше патеры Альба. От поверхности до границы кора–мантия напряжения сжатия остаются на уровне ~80 МПа, а затем убывают с глубиной. Напряжения сдвига на границе литосферы скачкообразно уменьшаются примерно в 3 раза (от 20 МПа до 7 МПа) и остаются на этом уровне при увеличении глубины.

Графики зависимости напряжений от глубины для двух ударных структур бассейнов Аргир и Эллада схожи в области коры. Напряжения растяжения на поверхности и до границы кора–мантия под этими областями достигают ~40–50 МПа, напряжения сдвига находятся на уровне 20 МПа. На границе кора–мантия под бассейном Эллада происходит резкий спад напряжений, напряжения растяжения переходят в напряжения сжатия.

¹ Это значение получено в области вулкана Олимп для модели с толщиной коры 50 км.

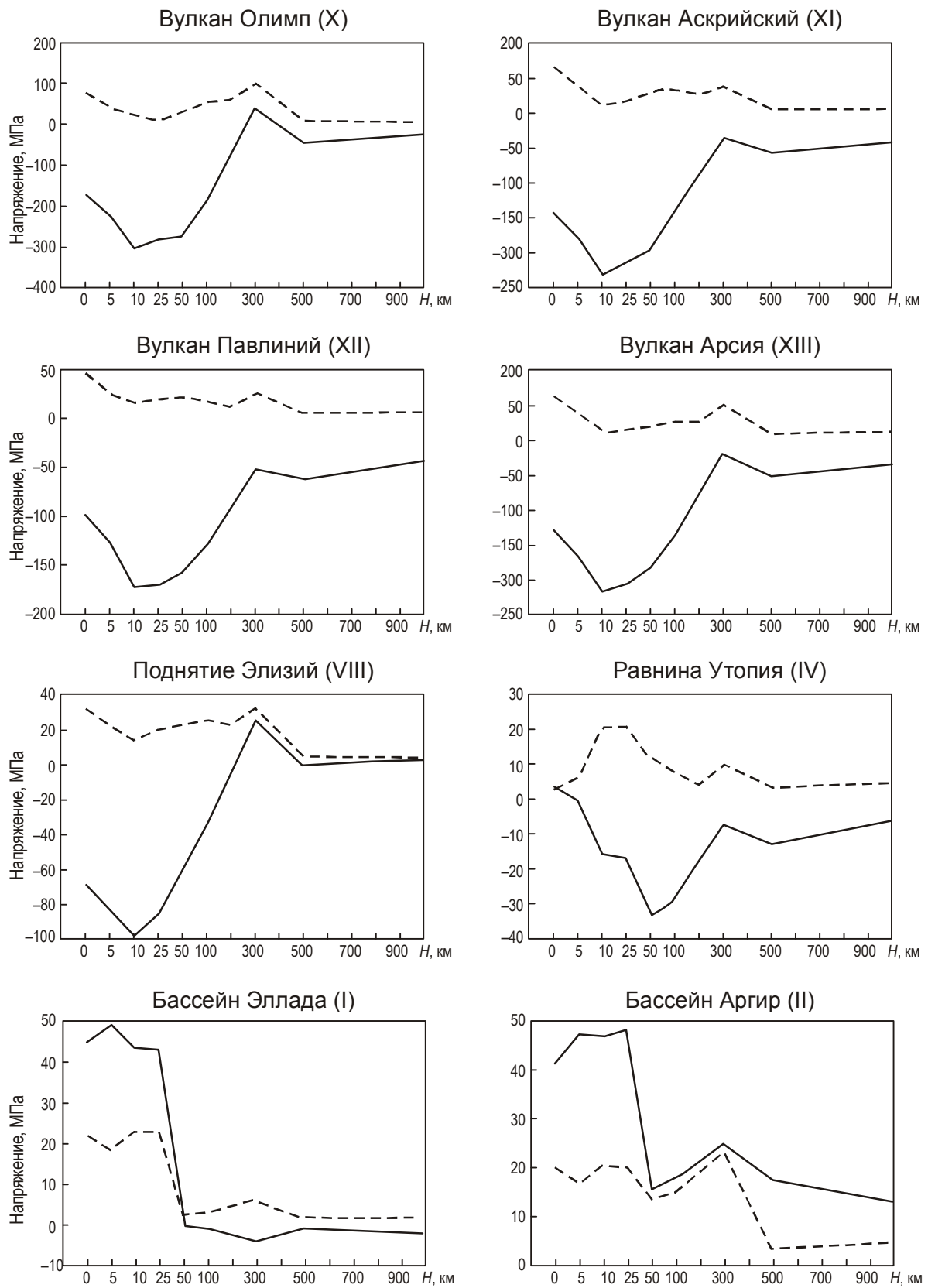


Рис. 5

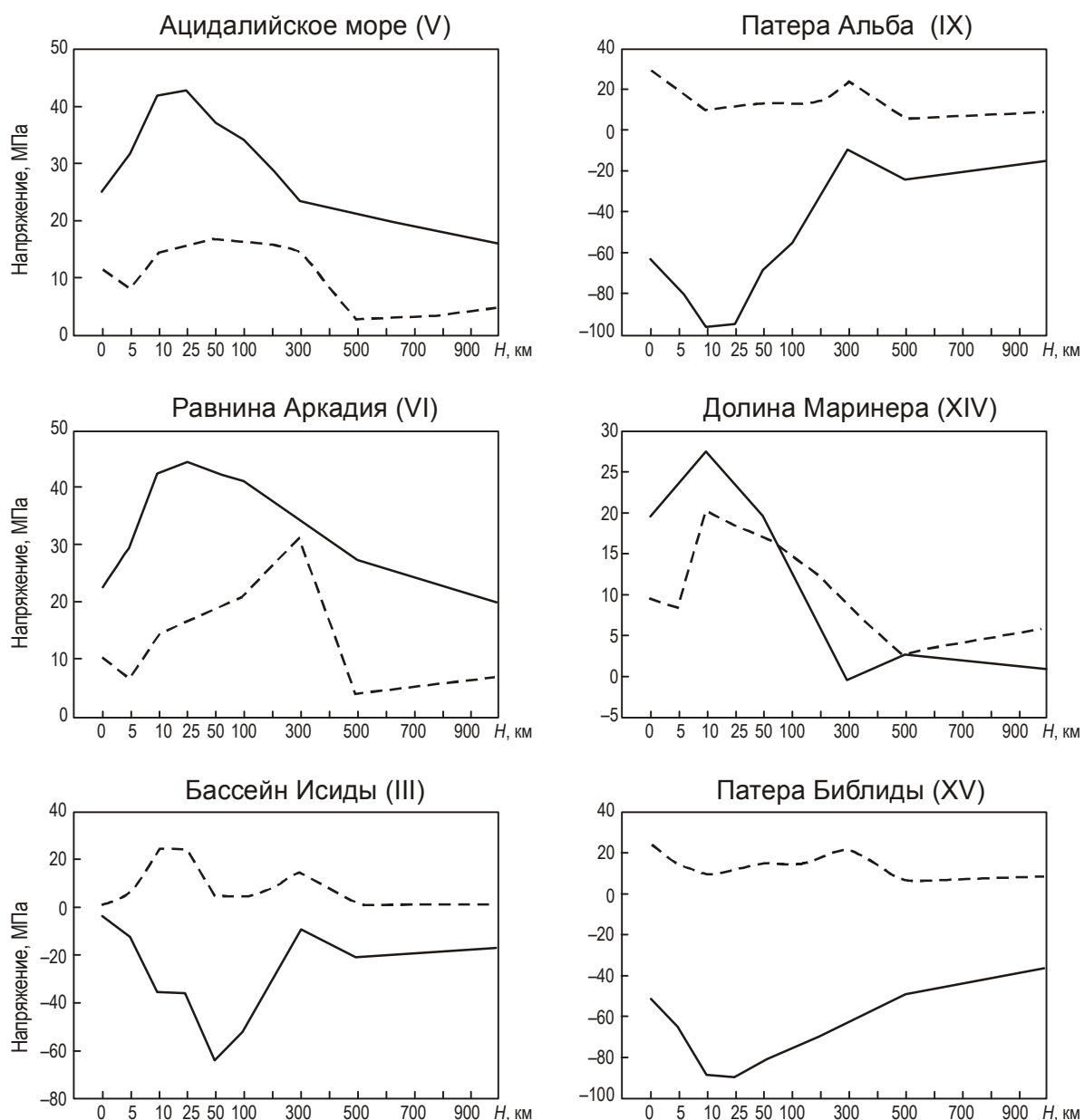


Рис. 5. Распределение напряжений растяжения-сжатия (сплошная линия: растяжения – положительные значения, сжатия – отрицательные значения) и напряжений сдвига (пунктирная линия) по глубине под рассматриваемыми локальными структурами

Fig. 5. Depth distributions of tension–compression stresses (solid lines: tension, positive values, and compression, negative values) and shear stresses (dashed lines) beneath various local structures

Для бассейна Аргир также характерен резкий спад напряжений растяжения до 15 МПа, затем на границе литосферы они немного (до 25 МПа) увеличиваются; под литосферой они снова спадают до 15 МПа и далее незначительно увеличиваются с глубиной. Скачок напряжений сдвига до 3–4 МПа для бассейна Эллада происходит на границе кора–мантия, в то время как для бассейна Аргир – на границе литосферы.

Ударный бассейн Исиды характеризуется практически отсутствием напряжений на поверхности; максимальные (60 МПа) напряжения сжатия достигаются на границе кора–мантия, потом напряжения спадают до 20 МПа. При этом большие значения достигаются в модели с меньшей толщиной коры. Напряжения сдвига достигают максимума,

составляющего ~20 МПа, на глубине 10–25 км и уменьшаются с глубиной до 5 МПа на границе кора–мантия. После этого напряжения возрастают до границы литосферы, затем спадая до нуля.

Напряжения сдвига в области равнины Аркадия составляют на поверхности 10 МПа и возрастают в литосфере до 30 МПа. Напряжения растяжения на поверхности превышают 20 МПа и, возрастая, достигают 45 МПа на глубине 10–25 км. После этого они плавно уменьшаются до уровня 20 МПа на глубине 1000 км. Картина распределения напряжений растяжения под Ацидалийским морем почти полностью совпадает с их распределением под равниной Аркадия. Напряжения растяжения имеют такие же значения; напряжения сдвига несколько меньше (около 15 МПа). В области равнины Утопия напряжения растяжения уменьшаются от 5 МПа на поверхности и на глубине 5–10 км переходят в напряжения сжатия, которые на границе кора–мантия достигают ~30 МПа. Распределение напряжений сдвига похоже на картину для других ударных структур, например, для бассейна Исиды.

Напряжения сжатия в области патыры Библиды на поверхности существенны – 50 МПа; максимума в 90 МПа они достигают на глубине 10–25 км, после чего наблюдается их уменьшение с глубиной. Напряжения сдвига на поверхности составляют около 20 МПа; в литосфере они немного спадают с глубиной до 10–15 МПа.

В области долины Маринера напряжения растяжения достигают 27 МПа в коре на глубине 10–25 км, затем спадают до нуля на границе литосферы, после чего незначительно увеличиваются до 2–3 МПа. Напряжения сдвига максимальны в коре на глубине 5–10 км. Распределение напряжений под долиной Маринера представляет более сложную картину, если рассмотреть двухмерный профиль напряжений в срезе по долготе (рис. 6).

Одной из выразительных черт является изменение интенсивности напряжений под долиной Маринера (вдоль по долготе) – минимальные значения напряжений сдвига отмечены в центре, максимальные получены на краях на глубинах от 10–25 до 500 км. Такая картина может быть проявлением локального тектонизма, вызванного нагрузкой от Фарсиды. Геоморфологические характеристики долины Маринера и картина напряжений могут говорить о тектонических процессах, что согласуется с выводами работы [Tenzer, Eshagh, Jin, 2015].

На рис. 6 приведены срезы под областями, в которых максимальные сдвиговые напряжения проявляются одновременно с растягивающими напряжениями. Обращает на себя внимание картина напряжений под вулканом Олимп. Можно видеть, что под этой областью имеется зона, в которой напряжения сжатия переходят в напряжения растяжения, при этом в данной области достигаются максимальные напряжения сдвига.

Наибольшие напряжения растяжения приходятся на области под структурами бассейнов Эллада и Аргир, Ацидалийского моря, равнины Аркадия и долины Маринера, под которыми напряжения растяжения проявляются одновременно с большими касательными напряжениями.

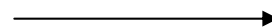
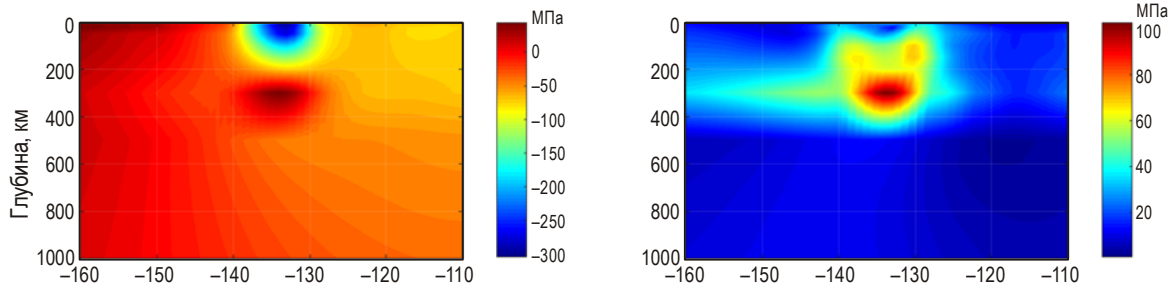


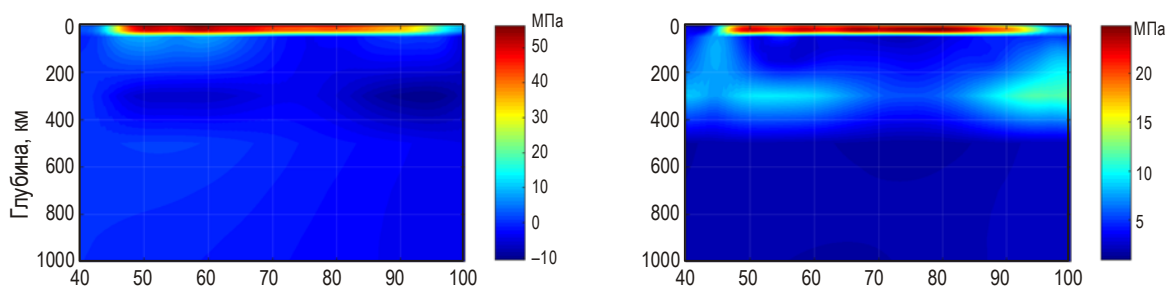
Рис. 6. Двухмерные распределения максимальных значений напряжений сдвига (*справа*) и растяжения–сжатия (*слева*) на широте расположения структур. При расчетах использовалась модель M_50 с толщиной литосферы 300 км; под литосферой расположен ослабленный слой

Fig. 6. Maximum tension–compression stresses (left) and maximum shear stresses (right) along the depth for interior structure model M_50 (crust thickness is 50 km) with a 300-km thick lithosphere overlying a weakened layer. Sections are given at the latitudes of the structures

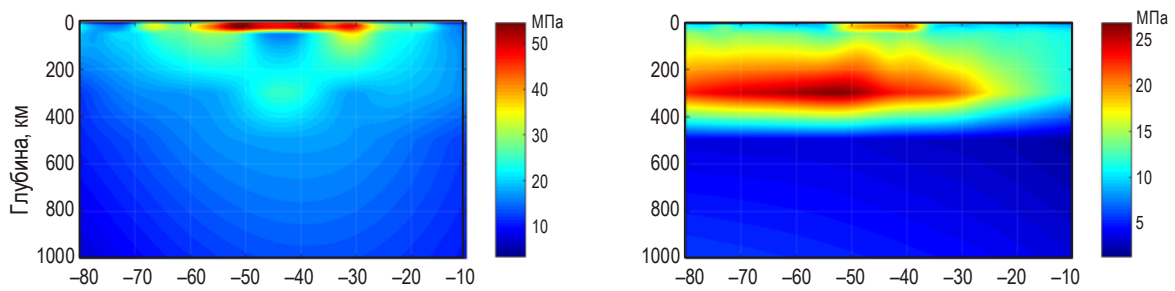
Вулкан Олимп (X)



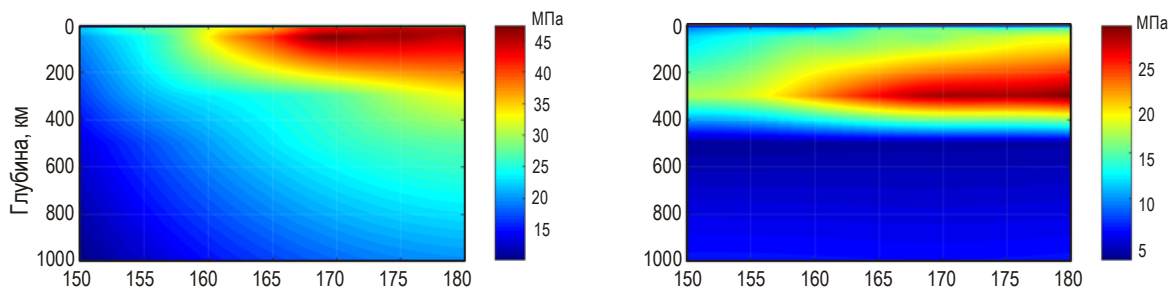
Бассейн Эллада (I)



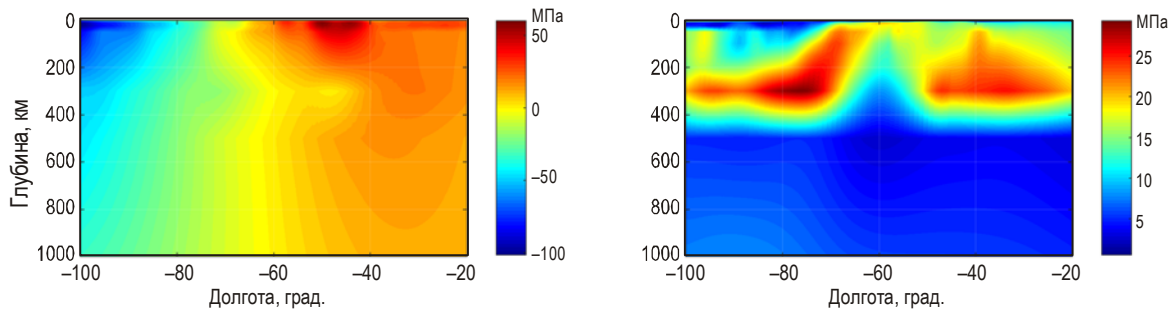
Бассейн Аргир (II)



Равнина Аркадия (VI)



Долина Маринера (XIV)



Под скомпенсированной структурой бассейна Эллада высокие напряжения имеют место в коре; затем они резко спадают после уровня компенсации для любой из рассмотренных реологических моделей. Это может быть объяснено тем, что отсутствие гравитационной аномалии позволяет рассматривать этот бассейн как изостатически скомпенсированную структуру, а в случае толстой коры – даже как маскон [Sjogren, Wimberley, 1981].

Заключение

Авторами детально рассмотрены поля напряжений под рядом локальных топографических структур Марса. В зависимости от характера структур картины распределения напряжений по глубине под ними могут быть разбиты на несколько категорий – напряжения под вулканами, напряжения под ударными структурами, напряжения под равнинами.

Выделены области, в которых максимальные сдвиговые напряжения проявляются одновременно с растягивающими напряжениями. Показано, что наибольшие напряжения растяжения одновременно с большими касательными напряжениями приходятся на области под структурами бассейнов Эллада и Аргир, Ацидалийского моря, равнины Аркадия и долины Маринера. Под вулканом Олимп имеется зона, в которой напряжения сжатия переходят в напряжения растяжения; при этом здесь достигаются максимальные напряжения сдвига.

Благодаря миссиям *MGS*, *ODY*, *MRO* [Smith et al., 2001; Konopliv et al., 2016; Genova et al., 2016] в последние десятилетия прогрессирует развитие моделей гравитационного поля и топографии, что вместе с детализацией моделей внутреннего строения Марса [Жарков, Гудкова, Батов, 2017] позволяет с большей точностью оценивать напряженное состояние недр планеты. Такие расчеты имеют значение для определения локальных очагов возможных марсотрясений.

В настоящее время планируется проведение сейсмического эксперимента *SEIS* на Марсе в миссии *InSight*¹, осуществляемой *NASA* [Banerdt et al., 2013; Panning et al., 2017]. Запуск космического корабля состоялся в мае 2018 г., установка сейсмометра на поверхности Марса ожидается в конце ноября 2018 г. Проект международной кооперации Российского космического агентства и *ESA*² включает разработку сейсмометра [Manukin et al., 2016].

Благодарности

Авторы выражают благодарность Ю.Л. Ребецкому и анонимному рецензенту за обсуждение представленной работы и сделанные ими полезные замечания.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Программы Президиума РАН 28.

Литература

- Гудкова Т.В., Батов А.В., Жарков В.Н. Модельные оценки негидростатических напряжений в коре и мантии Марса: 1. Двухуровневая модель // *Астрон. вестн.* 2017. Т. 51, № 6. С.490–511.
- Жарков В.Н., Гудкова Т.В. О модельной структуре гравитационного поля Марса // *Астрон. вестн.* 2016. Т. 50, № 4. С.252–267.

¹ *Interior exploration using Seismic investigations, geodesy and heat transport* – Исследование внутреннего строения с использованием сейсмических исследований, данных геодезии и измерений теплового потока.

² *European Space Agency* – Европейское космическое агентство.

- Жарков В.Н., Марченков К.И.* О корреляции касательных напряжений в литосфере Венеры с поверхностными структурами // *Астрон. вестн.* 1987. Т. 21, № 2. С.170–175.
- Жарков В.Н., Гудкова Т.В., Батов А.В.* Об оценке диссипативного фактора недр Марса // *Астрон. вестн.* 2017. Т. 51, № 6. С.512–523.
- Жарков В.Н., Кошляков Е.М., Марченков К.И.* Состав, строение и гравитационное поле Марса // *Астрон. вестн.* 1991. Т. 25, № 5. С.515–547.
- Жарков В.Н., Марченков К.И., Любимов В.М.* О длинноволновых касательных напряжениях в литосфере и мантии Венеры // *Астрон. вестн.* 1986. Т. 20, № 3. С.202–211.
- Кошляков Е.М., Жарков В.Н.* О гравитационном поле Марса // *Астрон. вестн.* 1993. Т. 27, № 2. С.12–21.
- Марченков К.И., Жарков В.Н.* О рельефе границы кора–мантия и напряжениях растяжения–сжатия в коре Венеры // *Письма в астрон. журн.* 1989. Т. 15, № 2. С.182–190.
- Марченков К.И., Любимов В.М., Жарков В.Н.* Расчет нагрузочных коэффициентов для заглубленных аномалий плотности // *Докл. АН СССР.* 1984. Т. 15, № 2. С.583–586.
- Ребецкий Ю.Л.* Тектонические напряжения и прочность природных массивов. М.: ИКЦ Академкнига, 2007. 406 с.
- Чуйкова Н.А., Насонова Л.П., Максимова Т.Г.* Аномалии плотности, напряжений и гравитационного поля внутри Марса // *ВМУ. Серия 3. Физика. Астрономия.* 2012. Т. 2. С.70–77.
- Чуйкова Н.А., Насонова Л.П., Максимова Т.Г.* Аномалии плотности, напряжений и гравитационного поля внутри Земли и Марса и возможные геодинамические следствия: сравнительный анализ // *Физика Земли.* 2014. Т. 50. № 3. С.127–143.
- Audet P.* Toward mapping the effective elastic thickness of planetary lithospheres from a spherical wavelet analysis of gravity and topography // *PEPI.* 2014. V. 226. P.48–82.
- Banerdt W.B., Phillips R.J., Sleep N.H., Saunders R.S.* Thick shell tectonics on one plate planets: application to Mars // *JGR.* 1982. V. 87, B12. P.9723–9734.
- Banerdt W.B., Smrekar S., Lognonné P., Spohn T., Asmar S.W., Banfield D., Boschi L., Christensen U., Dehant V., Folkner W., Giardino D., Goetze W., Golombek M., Grott M., Hudson T., Johnson C., Kargl G., Kobayashi N., Maki J., Mimoun D., Mocquet A., Morgan P., Panning M., Pike W.T., Tromp J., van Zoest T., Weber R., Wiczorek M.A., Garcia R., Hurst K.* InSight: a discovery mission to explore the interior of Mars // *Lunar and Planetary Science Conference.* 2013. V. 44. P.1915.
- Belleguic V., Lognonné P., Wiczorek M.* Constraints on the Martian lithosphere from gravity and topography data // *J. Geophys. Res.* 2005. V. 110. E11005. doi: 10.1029/2005JE002437
- Beuthe M., Le Maistre S., Rosenblatt P., Pätzold M., Dehant V.* Density and lithospheric thickness of the Tharsis Province from MEX MaRS and MRO gravity data // *J. Geophys. Res.* 2012. V. 117. P.1–32.
- Genova A., Goossens S., Lemoine F.G., Mazarico E., Neumann G.A., Smith D.E., Zuber M.T.* Seasonal and static gravity field of Mars from MGS, Mars Odyssey and MRO radio science // *Icarus.* 2016. V. 272. P.228–245.
- Grott M., Wiczorek M.A.* Density and lithospheric structure at Tyrrhena Patera, Mars, from gravity and topography data // *Icarus.* 2012. V. 211. P.43–52.
- Konopliv A.S., Asmar S.W., Folkner W.M., Karatekin Ö., Nunes D.C., Smrekar S.E., Yoder C.F., Zuber M.T.* Mars high resolution gravity fields from MRO, Mars seasonal gravity, and other dynamical parameters // *Icarus.* 2011. V. 211. P.401–428.
- Konopliv A.S., Park R.S., Folkner W.M.* An improved JPL Mars gravity field and orientation from Mars orbiter and lander tracking data // *Icarus.* 2016. V. 274. P.253–260.
- Manukin A.B., Kalinnikov I.I., Kalyuzhny A.V., Andreev O.N.* High-sensitivity three-axis seismic accelerometer for measurements at the spacecraft and the planets of the solar system. Abstract Solar System Study Symposium 7ms3, Institute of Space Research, Moscow. 2016.
- Panning M.P., Lognonne Ph., Banerdt W.B., Garsia R., Golombek M., Kedar S., Knapmeyer-Endrun B., Mocquet A., Teanby N.A., Tromp J., Weber R., Beucler E., Blanchette-Guertin J.-F., Drilleau M., Gudkova T., Hempel S., Khan A., Lekic V., Plesa A.-C., Rivoldini A., Schmerr N., Ruan Y., Verhoeven O., Gao C., Christensen U., Clinton J., Dehant V., Giardino D., Mimoun D., Pike W.T.,*

- Smrekar S., Wieczorek M., Knapmeyer M., Wookey J.* Planned products of the Mars structure service for the InSight mission to Mars, *Space Science Rev.* 2017. DOI: 10.1007/s11214-016-0317-5
- Pauer M., Breuer D.* Constraints on the maximum crustal density from gravity–topography modeling: Applications to the southern highlands of Mars // *EPSL.* 2008. V. 276. P.253–261.
- Phillips R.J., Lambeck K.* Gravity fields of the terrestrial planets: Long-wavelength anomalies and tectonics // *Rev. Geophys. Space Phys.* 1980. V. 18. P.27–76.
- Sjogren W.L., Wimberley R.M.* Mars: Hellas planitia gravity analysis // *Icarus.* 1981. V. 45. P.331–338.
- Smith D.E., Zuber M.T., Frey H.V., Garvin J.B., Head J.W., Muhleman D.O., Pettengill G.H., Phillips R.J., Solomon S.C., Zwally H.J., Banerdt W.B., Duxbury T.C., Golombek M.P., Lemoine F.G., Neumann G.A., Rowlands D.D., Aharonson O., Ford P.G., Ivanov A.B., Johnson C.L., McGavern P.J., Abshire J.B., Afzal R.S., Sun X.* Mars Orbiter Laser Altimeter: Experimental Summary after the first year of global mapping of Mars // *J. Geophys. Res.: Planets.* 2001. V. 106, N 10. P.23689–23722.
- Tenzer R., Eshagh M., Jin S.* Martian sub-crustal stress from gravity and topographic models // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2015. V. 425. P.E01009.
- Wieczorek M.A.* Gravity and Topography of the Terrestrial Planets // *Treatise on Geophysics*, 2nd ed., 2015. V. 10. P.153–193.
- Wieczorek M.A., Zuber M.T.* The thickness of the martian crust: improved constraints from geoid-topography ratios // *J. Geophys. Res.* 2004. V. 109 (E1). P.153–193.
- Zharkov V.N., Gudkova T.V., Molodensky S.M.* On models of Mars' interior and amplitudes of forced nutations. 1. The effects of deviation of Mars from its equilibrium state on the flattening of the core-mantle boundary // *PEPI.* 2009. V. 172. P.324–334.

Сведения об авторах

БАТОВ Алексей Владимирович – научный сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. 117997, Москва, ул. Профсоюзная, д. 65; инженер, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123242, Москва, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1. Тел.: +7(495) 334-90-30. E-mail: batov@ipu.ru

ГУДКОВА Тамара Васильевна – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123242, Москва, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1. Тел.: +7(499) 254-51-52. E-mail: gudkova@ifz.ru

ЖАРКОВ Владимир Наумович – доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123242, Москва, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1. Тел.: +7(499) 254-30-44. E-mail: zharkov@ifz.ru

STRESSES ESTIMATES IN THE MARTIAN INTERIORS UNDER LOCAL TOPOGRAPHY STRUCTURES

A.V. Batov^{1,2}, T.V. Gudkova², V.N. Zharkov²

¹ *V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences RAS, Moscow, Russia*

² *Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

Abstract. It is shown that in calculations of the Martian interiors stresses, it is reasonable to apply the gravitational field data in the expansion of spherical harmonics up to the 90th order and degree (MRO120D and GMM-3 models). A comparative analysis of stresses based on these models is carried out. Stress estimates are

calculated in the interiors of the planet under local topography structures, these areas are of interest to reveal the zones of possible marsquakes sources.

Keywords: gravitational field, topography, tension-compression stresses, shear stresses, Mars.

References

- Audet P. Toward mapping the effective elastic thickness of planetary lithosphères from a spherical wavelet analysis of gravity and topography, *PEPI*, 2014, vol. 226, pp. 48-82.
- Banerdt W.B., Phillips R.J., Sleep N.H., Saunders R.S. Thick shell tectonics of one plate planets: application to Mars, *JGR*, 1982, vol. 87, B12, pp. 9723-9734.
- Banerdt W.B., Smrekar S., Lognonné P., Spohn T., Asmar S.W., Banfield D., Boschi L., Christensen U., Dehant V., Folkner W., Giardino D., Goetze W., Golombek M., Grott M., Hudson T., Johnson C., Kargl G., Kobayashi N., Maki J., Mimoun D., Mocquet A., Morgan P., Panning M., Pike W.T., Tromp J., van Zoest T., R Weber., Wieczorek M.A., Garcia R., and Hurst K. InSight: a discovery mission to explore the interior of Mars, *Lunar and Planetary Science Conference*, 2013, vol. 44, pp. 1915.
- Belleguic V., Lognonné P., and Wiecek M. Constraints on the Martian lithosphere from gravity and topography data, *J. Geophys. Res.*, 2005, vol. 110, E11005. doi: 10.1029/2005JE002437
- Beuthe M., Le Maistre S., Rosenblatt P., Pätzold M., and Dehant V. Density and lithospheric thickness of the Tharsis Province from MEX MaRS and MRO gravity data, *J. Geophys. Res.*, 2012, vol. 117, pp. 1-32.
- Chuikova N.A., Nasonova L.P., and Maksimova T.G. Anomalies of density, stresses, and the gravitational field in the interior of Mars. *Moscow Univ. Phys. Bull.*, 2012, vol. 67, no. 2. pp. 218-225.
- Chujkova N.A., Nasonova L.P., and Maximova T.G. Density, stress, and gravity anomalies in the interiors of the earth and mars and the probable geodynamical implications: comparative analysis, *Izv. Phys. Solid Earth*, 2014, vol. 50, no. 3. pp. 427-443.
- Genova A., Goossens S., Lemoine F.G., Mazarico E., Neumann G.A., Smith D.E., and Zuber M.T. Seasonal and static gravity field of Mars from MGS, Mars Odyssey and MRO radio science, *Icarus*, 2016, vol. 272, pp. 228-245.
- Grott M. and Wieczorek M.A. Density and lithospheric structure at Tyrrhena Patera, Mars, from gravity and topography data, *Icarus*, 2012, vol. 211, pp. 43-52.
- Gudkova T.V., Batov A.V., and Zharkov V.N. Model estimates of non-hydrostatic stresses in the Martian crust and mantle: 1. Two-level model, *Sol. Syst. Res.*, 2017, vol. 51, no. 6, pp. 457-478.
- Konopliv A.S., Asmar S.W., Folkner W.M., Karatekin Ö., Nunes D.C., Smrekar S.E., Yoder C.F., and Zuber M.T. Mars high resolution gravity fields from MRO, Mars seasonal gravity, and other dynamical parameters, *Icarus*, 2011, vol. 211, pp. 401-428.
- Konopliv A.S., Park R.S., and Folkner W.M. An improved JPL Mars gravity field and orientation from Mars orbiter and lander tracking data, *Icarus*, 2016, vol. 274, pp. 253-260.
- Koshlyakov E.M. and Zharkov V.N. On gravity field of Mars. *Sol. Syst. Res.*, 1993, vol. 27, no. 2, pp. 12-21.
- Manukin A.B., Kalinnikov I.I., Kalyuzhny A.V., and Andreev O.N. High-sensitivity three-axis seismic accelerometer for measurements at the spacecraft and the planets of the solar system, 2016, *Abstract 7ms3*, IKI RAN.
- Marchenkov K.I. and Zharkov V.N. Stresses in the Venus crust and the topography of the mantle boundary, *Sol. Astron. Lett.*, 1989, vol. 16, no. 1, pp. 77-81.
- Marchenkov K.I., Lyubimov V.M., and Zharkov V.N. Calculation of load factors for deeply buried density anomalies, *Doklady Earth Science Sections*, 1984, vol. 279, pp. 14-16.
- Panning M.P., Lognonne Ph., Banerdt W.B., Garcia R., Golombek M., Kedar S., Knapmeyer-Endrun B., Mocquet A., Teanby N.A., Tromp J., Weber R., Beucler E., Blanchette-Guertin J.-F., Drilleau M., Gudkova T., Hempel S., Khan A., Lekic V., Plesa A.-C., Rivoldini A., Schmerr N., Ruan Y., Verhoeven O., Gao C., Christensen U., Clinton J., Dehant V., Giardino D., Mimoun D., Pike W.T., Smrekar S., Wiecek M., Knapmeyer M., and Wookey J. Planned products of the Mars structure service for the InSight mission to Mars, *Space Science Rev.*, 2017. DOI: 10.1007/s11214-016-0317-5
- Pauer M. and Breuer D. Constraints on the maximum crustal density from gravity-topography modeling: Applications to the southern highlands of Mars, *EPSL*, 2008, vol. 276, pp. 253-261.
- Phillips R.J. and Lambeck K. Gravity fields of the terrestrial planets: Long-wavelength anomalies and tectonics, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 1980, vol. 18, pp. 27-76.
- Rebetskiy Yu.L. *Tektonicheskie napryazheniya i prochnost prirodnykh massivov.* (Tectonic stresses and strength of natural massifs), Moscow: Akademkniga, 2007.

- Sjogren W.L. and Wimberley R.M. Mars: Hellas planitia gravity analysis, *Icarus*, 1981, vol. 45, pp. 331-338.
- Smith D.E., Zuber M.T., Frey H.V., Garvin J.B., Head J.W., Muhleman D.O., Pettengill G.H., Phillips R.J., Solomon S.C., Zwally H.J., Banerdt W.B., Duxbury T.C., Golombek M.P., Lemoine F.G., Neumann G.A., Rowlands D.D., Aharonson O., Ford P.G., Ivanov A.B., Johnson C.L., McGovern P.J., Abshire J.B., Afzal R.S., Sun X. Mars Orbiter Laser Altimeter: Experimental Summary After the first year of global mapping of Mars, *J. Geophys. Res.: Planets*, 2001, vol. 106, no. 10, pp. 23689-23722.
- Tenzer R., Eshagh M., Jin S. Martian sub-crustal stress from gravity and topographic models, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 2015, vol. 425, pp. E01009.
- Wieczorek M.A. Gravity and Topography of the Terrestrial Planets, *Treatise on Geophysics*, 2nd edition, 2015, vol. 10, pp. 153-193.
- Wieczorek M.A., Zuber M.T. The thickness of the martian crust: improved constraints from geoid-to-topography ratios, *J. Geophys. Res.*, 2004, vol. 109 (E1), pp. 153-193.
- Zharkov V.N. and Gudkova T.V. On model structure of gravity field of Mars, *Sol. Syst. Res.*, 2016, vol. 50, pp. 250-267.
- Zharkov V.N. and Marchenkov K.I. The correlation of tangential stresses in the Venus lithosphere with surface structures, *Astron. Vestn.*, 1987, vol. 21, no. 2, pp. 170-175.
- Zharkov V.N., Gudkova T.V., and Batov A.V. On estimating the dissipative factor of the Martian Interior, *Sol. Syst. Res.*, 2017, vol. 51, no. 6, pp. 479-490.
- Zharkov V.N., Gudkova T.V., Molodensky S.M. On models of Mars' interior and amplitudes of forced nutations. 1. The effects of deviation of Mars from its equilibrium state on the flattening of the core-mantle boundary, *PEPI*, 2009, vol. 172, pp. 324-334.
- Zharkov V.N., Koshlyakov E.M., and Marchenkov K.I. Composition, structure and gravitational field of Mars, *Sol. Syst. Res.*, 1991, vol. 25, pp. 515-547.
- Zharkov V.N., Marchenkov K.I., and Lyubimov V.M. The long-wave tangential stresses in the lithosphere and mantle of Venus, *Astron. Vestn.*, 1986, vol. 20, no. 3, pp. 202-211.