

УДК 539.219.2

## УТОЧНЕНИЕ ПРОФИЛЕЙ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ОКРЕСТНОСТИ СКВАЖИН ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ ТРЕЩИН В ПОРОДАХ ОКОЛОСКВАЖИННОГО ПРОСТРАНСТВА

© 2017 г. Н.В. Дубиня<sup>1</sup>, К.А. Ежов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва, Россия*

<sup>2</sup> *Научно-технический центр “Нефтяная Индустрия Сербии”, г. Нови Сад, Сербия*

Скважинные исследования – один из важных источников информации о напряженно-деформированном состоянии верхних слоев земной коры. На сегодняшний день достаточно хорошо развиты методы исследования механических свойств пород, окружающих скважины, и способы определения основных характеристик тензора напряжений, действующих в ее окрестностях. Однако при попытке численной оценки значений максимальных горизонтальных напряжений возникают существенные проблемы.

Работа посвящена снижению неопределенности, возникающей при восстановлении профилей максимальных горизонтальных напряжений, путем привлечения дополнительных данных о структуре пород, получаемых с помощью скважинных микросканеров (микромиджеров), которые позволяют анализировать развертки акустических и электрических свойств пород в малой окрестности скважины. Представляемый авторами подход к совместной интерпретации привлекаемых данных дает возможность выделять в структуре исследуемых пород естественные и наведенные трещины, которые по фильтрационным свойствам могут быть разделены на классы.

Предложена, физически обоснована и математически формализована модель, позволяющая установить связь фильтрационных свойств трещин, их ориентации в пространстве с параметрами, определяющими текущие значения максимальных горизонтальных напряжений, действующих на глубинах, соответствующих интервалам выделения трещин. Практический результат работы – формализованный метод интерпретации данных скважинных микросканеров для наложения дополнительных ограничений на значения максимальных горизонтальных напряжений.

Проведена верификация предлагаемого подхода на синтетических данных. Анализ неопределенностей, возникающих при решении обратной задачи восстановления напряжений по скважинным данным, показал, что использование рассматриваемого подхода позволяет практически вдвое снизить формально рассчитанную погрешность в определении значений максимальных горизонтальных напряжений.

Выполненное исследование позволило ввести в процедуру оценки профилей горизонтальных напряжений вдоль ствола скважины дополнительный параметр, характеризующий закономерности пространственной ориентации трещин в породе, который связан с текущим напряженно-деформированным состоянием среды в окрестности скважины. Использование такого параметра существенно повышает точность оценки значений максимальных горизонтальных напряжений.

**Ключевые слова:** геомеханика, напряженное состояние, геофизические исследования скважин.

### Введение

Геофизические исследования скважин (ГИС), позволяющие косвенно изучать закономерности распределения напряжений, действующих в породах околоскважинного пространства, являются важным источником информации о напряженно-деформированном состоянии (НДС) верхних слоев земной коры.

Задача изучения НДС верхних слоев земной коры представляет существенный интерес как в фундаментальном, так и в прикладном аспекте: сопутствующие задачи становятся важными, например, на разных этапах разработки углеводородных месторождений.

В исследовании НДС по скважинным данным могут быть выделены два основных этапа, первый из которых связан с проведением реконструкции профилей напряжений, действующих вдоль скважин<sup>1</sup>. После восстановления профилей на втором этапе выполняется оценка пространственного распределения параметров, характеризующих НДС пород межскважинного пространства.

В данной работе основное внимание авторов сосредоточено на первом этапе – на восстановлении профилей напряжений вдоль траекторий скважин по данным ГИС, лабораторных и прочих исследований. В настоящее время данные ГИС и эксперименты, проводимые на керновом материале, позволяют с достаточно высокой точностью определять профили механических свойств пород околоскважинного пространства. Однако знаний только о механических свойствах пород оказывается недостаточно для решения одной из актуальных задач геомеханики – восстановления профилей напряжений, действующих вдоль ствола скважины.

Для решения задачи определения значений главных напряжений по скважинным данным разработан ряд подходов, связывающих закономерности распределения тех или иных физических параметров среды, определенных по данным ГИС, с локальным НДС. Однако надо отметить, что эти подходы, как правило, могут быть использованы только для оценки значений главных напряжений, погрешность в определении которых часто достаточно велика.

Цель данной работы – уменьшение неопределенности, возникающей при решении обратной задачи восстановления профилей напряжений по скважинным данным.

### Подходы к восстановлению профилей напряжений

На глубинах в первые километры, для которых могут быть получены данные скважинных исследований, одна из главных осей тензора напряжений, согласно [Zoback, 2007], может считаться вертикальной, и, таким образом, в качестве главных могут рассматриваться одно вертикальное напряжение и два горизонтальных. Профиль вертикального напряжения может быть рассчитан, если известна траектория скважины и профиль плотности окружающей скважину породы, поскольку вертикальное напряжение на заданной глубине обусловлено действием веса вышележащих пород. В связи с этим для расчета вертикального напряжения на глубине  $z$  используется очевидное соотношение

$$S_V(z) = \int_0^z \rho(z)gz, \quad \sigma_V(z) = S_V(z) - \alpha(z)P_{\text{пор.}}(z), \quad (1)$$

где  $S_V$  и  $\sigma_V$  – соответственно, полное и эффективное вертикальные напряжения;  $\rho(z)$  – профиль плотности пород околоскважинного пространства;  $\alpha(z)$  – профиль коэффициента Био, меняющегося для горных пород от 0 до 1;  $P_{\text{пор.}}(z)$  – профиль порового давления. Считается, что в околоскважинном пространстве все эти параметры не зависят от горизонтальных координат.

При определении по скважинным данным трех вышеназванных параметров –  $\rho(z)$ ,  $\alpha(z)$  и  $P_{\text{пор.}}(z)$  – возникают некоторые трудности, которые не являются предметом

<sup>1</sup> Под профилями напряжений понимаются одномерные (вдоль траектории скважины) распределения численных значений главных напряжений, действующих в породах околоскважинного пространства.

данного исследования, и можно ограничиться лишь упоминанием, что методы определения их профилей уже разработаны и формализованы. Необходимо также отметить, что если скважина не вертикальна, то координата вдоль ее траектории не совпадает с глубиной. В таких случаях предполагается вертикальная трансверсальная изотропия среды; глубинные профили механических свойств могут быть связаны с профилями, полученными в результате выполнения работ ГИС в таких скважинах. Для простоты в дальнейшем будут рассматриваться только вертикальные скважины, поскольку “невертикальность” скважин не требует принципиальных изменений предлагаемого подхода.

В свою очередь, горизонтальные напряжения обусловлены действием не только гравитационных, но и горизонтально направленных тектонических сил, значения и азимутальные направления действия которых неизвестны. И хотя направления тектонических сил могут быть оценены по данным ГИС, значения горизонтальных напряжений определить с высокой точностью не удастся. Величины минимальных горизонтальных напряжений могут быть количественно определены только на конкретных глубинах с использованием прямых методов, например, таких как метод гидроразрыва (ГРП), тесты на утечки (LOT), а также других разовых мероприятий. Не существует и прямых методов определения значений максимального горизонтального напряжения даже на конкретных глубинах. Отмеченное заставляет исследователей искать способы выявления основных параметров, характеризующих величины тектонических сил, и устанавливать их связь с результатами, получаемыми при интерпретации данных ГИС.

На сегодняшний день наиболее широкое распространение получили два подхода к восстановлению профилей горизонтальных напряжений – один, основанный на анализе каротажных кривых [Prats, 1981]; другой, максимально упрощающий нелинейную зависимость значений горизонтальных напряжений от глубины [Zoback et al., 2003].

Первый подход базируется на гипотезе о подчинении исследуемых сред линейному закону Гука. Предполагается, что действие тектонических сил обуславливает наличие в среде не зависящих от глубины<sup>1</sup> горизонтальных деформаций  $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_H$ , сонаправленных, соответственно, с векторами минимальных и максимальных горизонтально ориентированных тектонических сил. В таком случае горизонтальные напряжения, выраженные через деформации, могут быть определены из закона Гука, записанного с учетом изменения объема среды за счет влияния флюида:

$$S_h(z) = \left[ S_V(z) - \alpha(z)P_{\text{пор.}}(z) \right] \frac{\nu(z)}{1 - \nu(z)} + \alpha(z)P_{\text{пор.}}(z) + [\varepsilon_h + \varepsilon_H \nu(z)] \frac{E(z)}{1 - \nu(z)^2}, \quad (2)$$

$$\sigma_h(z) = S_h(z) - \alpha(z)P_{\text{пор.}}(z);$$

$$S_H(z) = \left[ S_V(z) - \alpha(z)P_{\text{пор.}}(z) \right] \frac{\nu(z)}{1 - \nu(z)} + \alpha(z)P_{\text{пор.}}(z) + [\varepsilon_H + \varepsilon_h \nu(z)] \frac{E(z)}{1 - \nu(z)^2}, \quad (3)$$

$$\sigma_H(z) = S_H(z) - \alpha(z)P_{\text{пор.}}(z).$$

Здесь  $\nu(z)$  – профиль коэффициента Пуассона;  $E(z)$  – профиль модуля Юнга (используются статические упругие модули, характеризующие поведение среды при медленных нагрузках, вызывающих малые деформации, а не динамические упругие модули, напрямую определяемые из скоростей упругих волн);  $S_h$  и  $S_H$  – полные минимальные и максимальные горизонтальные напряжения;  $\sigma_h$  и  $\sigma_H$  – соответствующие эффективные напряжения.

<sup>1</sup> Это условие обеспечивает жесткое сцепление слоев среды друг с другом и обосновано статистически [Афанасьев и др., 2009].

Анализ выражений (2) и (3) приводит к заключению, что значения напряжений, обусловленных действием тектонических сил, численно контролируются двумя управляющими параметрами – горизонтальными деформациями  $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_H$ . Можно сказать, что эти выражения полностью определяют профили напряжений, если известны значения горизонтальных деформаций. Тем не менее, остается неясным, каким именно образом могут быть определены значения горизонтальных деформаций.

Эта отдельная задача требует собственных методов решения. Значения  $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_H$  при этом должны подбираться так, чтобы профили напряжений, рассчитанные по выражениям (2)–(3), максимально согласовывались с независимыми оценками (прямыми или косвенными) значений напряжений на определенных глубинах. Таким образом, определение профилей горизонтальных напряжений разделяется на два этапа, первый из которых – построение профилей механических свойств среды, второй – определение значений  $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_H$ . Именно второй этап является наиболее важным в данной работе.

Второй подход к определению профилей горизонтальных напряжений [Zoback et al., 2003] нивелирует основной недостаток первого – чрезмерную чувствительность к погрешностям измерений, – который выражается в том, что изменение упругих модулей может быть весьма значительным на малых интервалах, приводя к нефизичным скачкам значений горизонтальных напряжений. Во втором подходе предполагается линейная зависимость эффективных горизонтальных напряжений от глубины, благодаря чему сохраняются отношения  $\sigma_h(z)/\sigma_v(z)$  и  $\sigma_H(z)/\sigma_v(z)$  во всем рассматриваемом интервале глубин. При таком подходе управляющими становятся эти два отношения, и приоритетной задачей становится поиск их значений.

Как можно заметить, оба представленных подхода характеризуются тем, что для восстановления профилей горизонтальных напряжений вводятся два независимых параметра, значения которых не поддаются прямому измерению. Наличие даже нескольких измерений минимального горизонтального напряжения на разных глубинах может дать информацию лишь о величине  $\varepsilon_h + \varepsilon_H \nu(z_i)$ , где  $z_i$  – глубина проведения прямых определений  $\sigma_h$  в терминах первого подхода, или о величине  $\sigma_h(z)/\sigma_v(z)$  в терминах второго. Однако при этом второй управляющий параметр остается свободным, так что профили горизонтальных напряжений могут быть определены с точностью до некоторого класса функций от глубины.

Для точного определения значений горизонтальных напряжений в дальнейшем необходимо привлечение дополнительных косвенных исследований. Наиболее результативными для этого представляются анализ возникающих при бурении вывалов и трещин растяжения [Zoback et al., 2003], исследование геометрических свойств кернового материала [Ito et al., 2016], изучение связи с прочностными свойствами [Zoback, 2007] и др. Основным недостатком таких методов является значительная погрешность определения значений горизонтальных напряжений, которая особенно велика для максимальных горизонтальных напряжений. Эта погрешность обусловлена не только высокой изменчивостью определяемых по данным ГИС прочностных свойств среды, но и сложностью приведения условий эксперимента к реальным пластовым условиям.

Перед авторами стояла задача снижения отмеченной погрешности путем добавления в рассмотрение нового параметра, связывающего актуальное НДС со структурными особенностями пород околоскважинного пространства, конкретно, с естественными трещинами и трещинами, вызванными (или усиленными) бурением.

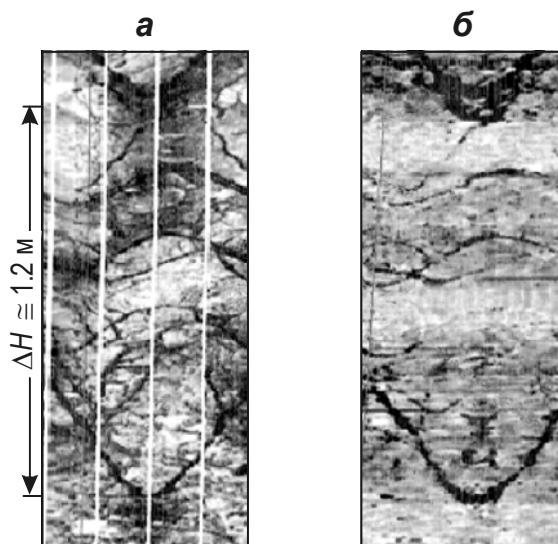
Ниже показано, что интерпретация данных специальных методов ГИС позволяет разделить трещины на классы по флюидопроводимости, свойству, которое может быть

связано с текущим полем напряжений. Плюсом такого подхода является снижение факторов, влияющих на неопределенность решения обратной задачи: в конечном итоге может быть введен единственный интегральный параметр, характеризующий весь вскрытый скважиной интервал глубин, – доля проводящих трещин.

Предлагаемый подход позволяет снизить число степеней свободы системы еще на единицу и восстановить профили горизонтальных напряжений с более высокой точностью. Дополнительная погрешность, вносимая при использовании новых данных, оказывается связанной с неточностью в интерпретации всех структурных неоднородностей, выделенных в интервале исследуемых глубин.

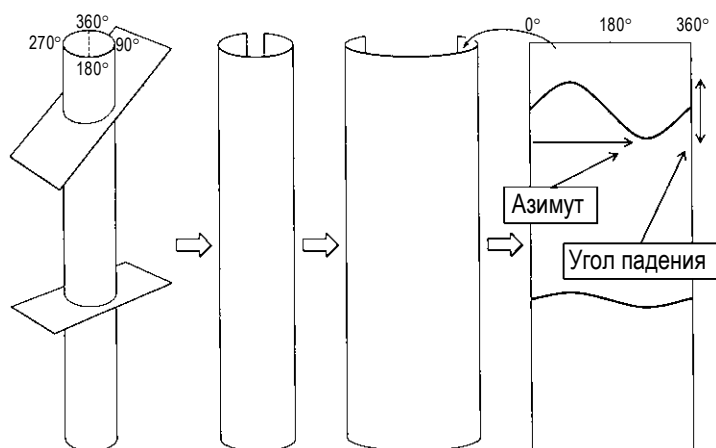
### Предлагаемый подход

В основе предлагаемого подхода лежит информация, получаемая с помощью специальных приборов для ГИС – акустического и электрического скважинных микроимиджеров (микроимиджеров), позволяющих получать азимутальные развертки (микроимиджи) акустических и электрических свойств среды в околоскважинном пространстве (рис. 1).



**Рис. 1.** Примеры разверток (микроимиджей), получаемых с помощью электрического (а) и акустического (б) скважинных микроимиджеров.  $\Delta H$ , м – интервал записи. По [Zoback, 2007] с изменениями

На получаемых развертках (микроимиджах) можно заметить достаточно четко выраженные синусоидальные линии, отображающие трещины, акустические и электрические свойства которых отличаются от свойств окружающей среды. На рис. 2 приведена схема, иллюстрирующая формирование на развертках синусоидальных кривых при сечении цилиндрической поверхности (стенки скважины) разноориентированными плоскостями (трещинами). По виду кривых на развертках может быть определена пространственная ориентация трещин: азимут – по положению минимума кривой, угол падения – по амплитуде. Наличие таких плоскостей означает присутствие на соответствующей глубине во внутренней структуре окружающих скважину пород упорядоченных неоднородностей, которые могут объясняться наличием поверхностей между слагающими породу слоями с разными механическими свойствами или трещин.



**Рис. 2.** Схема, иллюстрирующая формирование на развертках синусоидальных кривых при сечении цилиндрической поверхности разноориентированными плоскостями и интерпретацию параметров трещин по виду кривых

Существуют способы [Silva et al., 2003] выделения среди этих структур трещин, находящихся в среде. Анализ микроимиджа позволяет оценить геометрические параметры трещин – степень раскрытия соответствует толщине синусоидальной структуры на развертке; ориентация трещины определяется двумя углами – азимутом и углом падения. На ориентированной развертке азимут может быть определен по положению минимума синусоидальной линии, а тангенс угла падения равен отношению амплитуды синусоидальной линии к радиусу скважины (чем ближе плоскость трещины к горизонтали, тем меньше амплитуда, и синусоидальная линия приближается к горизонтальной прямой). Трещины, наведенные бурением, субвертикальны, следовательно, амплитуда отображающих их синусоидальных кривых стремится к бесконечности, и вид этих трещин на микроимиджах будет близок к вертикальным линиям [Zoback et al., 2003].

Пространственная ориентация выделенных трещин и их раскрытость – важнейшие параметры в рамках предлагаемого подхода, используемые в дальнейшем в качестве входных параметров. Важно отметить, что электрический микроимиджер обладает гораздо более высоким разрешением, чем акустический. По этой причине одни трещины могут фиксироваться только электрическими имиджерами, другие – имиджерами обоих типов.

Выше было отмечено, что в рамках рассматриваемой задачи одну из главных осей тензора напряжений можно рассматривать как субвертикальную, а две другие – как горизонтальные. Три главных сжимающих напряжения считаются положительными и связаны между собой соотношением  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 > 0$ . В нашем случае главными являются вертикальное напряжение  $\sigma_V$  и два горизонтальных – максимальное  $\sigma_H$  и минимальное  $\sigma_h$ . Порядок соответствия главных напряжений вертикальному и горизонтальным не фиксирован и зависит от тектонического режима – вертикальное напряжение при сбросе максимально ( $\sigma_V > \sigma_H > \sigma_h$ ), при надвиге минимально ( $\sigma_H > \sigma_h > \sigma_V$ ), в случае сдвига имеет среднее значение ( $\sigma_H \geq \sigma_V \geq \sigma_h$ ).

Предположим, что по микроимиджам на некоторой глубине выделена трещина, для которой определены азимут и угол падения. Если на той же глубине известны направления действия максимальных и минимальных горизонтальных напряжений и тектонический режим (т.е. установлено, какое из главных напряжений  $\sigma_V$ ,  $\sigma_H$ ,  $\sigma_h$

минимально, какое максимально), то могут быть определены направляющие косинусы нормали к трещине в пространстве главных осей:

$$l = \cos(\vec{T}, \vec{\sigma}_1) \quad m = \cos(\vec{T}, \vec{\sigma}_2) \quad n = \cos(\vec{T}, \vec{\sigma}_3), \quad (4)$$

где  $\vec{T}$  – единичный вектор нормали к плоскости трещины;  $\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2, \vec{\sigma}_3$  – направления действия соответствующих главных напряжений.

Если на этой глубине уже известны и значения главных напряжений, то можно определить такие действующие на поверхности трещины параметры, как нормальное  $\sigma_n$  и касательное  $\tau_n$  напряжения:

$$\sigma_n = \sigma_2 + l^2(\sigma_1 - \sigma_2) + n^2(\sigma_3 - \sigma_2), \quad (5)$$

$$\tau_n = \sqrt{\left(\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}\right)^2 + l^2(\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_1 - \sigma_3) - \left(\sigma_n - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2}\right)^2}. \quad (6)$$

В общем случае напряжения  $\sigma_n$  и  $\tau_n$  зависят от ориентации трещин. Формально их значения соответствуют разложению вектора напряжения, действующего на плоскости трещины, на нормальную и касательную компоненты. Нормальное напряжение, таким образом, ориентировано перпендикулярно плоскости трещины, касательное действует в этой плоскости. Тем не менее, используемый в дальнейшем математический аппарат (плоскость Мора) позволяет рассматривать только скалярные величины, соответствующие абсолютным значениям этих напряжений вне зависимости от их ориентации. Влияние ориентации проявляется при расчете напряжений по формулам (5), (6), в которые входят два независимых направляющих косинуса  $l$  и  $n$ , определяющих пространственную ориентацию плоскости трещины.

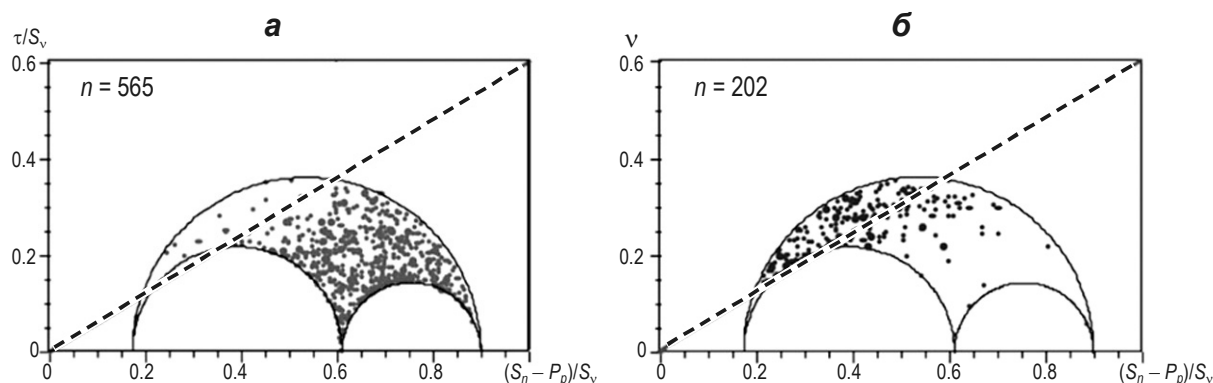
Таким образом, для каждой трещины могут быть определены нормальное и касательное напряжения, действующие на ее поверхности, причем в том и только в том случае, когда согласно тому или иному подходу уже найдены значения двух параметров, определяющих профили горизонтальных напряжений. С другой стороны, можно воспользоваться этим результатом, если установить связь между определенной ориентацией трещины и другими ее свойствами, которые также могут быть оценены по микроимиджам.

Напомним, что помимо ориентации трещин микроимиджи позволяют определить их раскрытость. Этот параметр не самый удобный для интерпретации – раскрытость может меняться вдоль самой трещины и зависит не только от текущего напряженного состояния, но и от механических параметров трещины, например таких, как жесткость. По результатам интерпретации записей электрического микроимиджера можно с высокой достоверностью выделить сами трещины, но невозможно оценить их фильтрационные свойства. К примеру, трещины, залеченные глинистым материалом, высокопроводящим пиритом или заполненные буровым раствором, одинаково контрастны в поле электрических свойств. Как следствие, они неразличимы по разверткам электрического микроимиджера; в таком случае для интерпретации необходима дополнительная информация, полученная другими методами. Возможным вариантом представляется привлечение данных ультразвукового имиджера, волнового акустического каротажа или результатов испытаний пласта [Silva et al., 2003].

В дальнейшем авторами рассматриваются результаты применения комбинации электрического и ультразвукового имиджеров, что позволяет не только корректно выделять трещины разного происхождения, но и подразделять их на проницаемые и непроницаемые (залеченные). При этом используется установленная в [Barton, Zoback,

Moos, 1995] связь между описанным разделением трещин на классы и действующими на их поверхностях нормальным и касательным напряжениями.

Скважина, рассматриваемая в настоящей работе, обеспечена данными ГИС высокого качества, что относится и к данным микроимиджеров. Предварительно для нее были построены профили напряжений, верифицированные на большом количестве вывалов. В итоге, для каждой трещины по формулам (5), (6) были рассчитаны значения нормального и касательного напряжений, нанесенные затем на нормализованную диаграмму Мора (рис. 3).



**Рис. 3.** Использование диаграммы Мора для разделения трещин на классы по проводящим свойствам: *а* – не проводящие флюид трещины, *б* – проводящие. Ось абсцисс – нормальное напряжение на трещине, ординат – касательное. По [Barton, Zoback, Moos, 1995] с изменениями  $n$  – количество трещин соответствующего класса; штриховая прямая – линия сухого трения с  $\mu=0.6$  ( $\mu$  имеет смысл тангенса угла внутреннего трения)

Точки, соответствующие трещинам, оказались внутри трехмерного круга Мора, характеризующего напряженное состояние в скважине (использовался подход, подразумевающий линейный рост горизонтальных напряжений с глубиной). Трещины были разделены на гидравлически проводящие и непроводящие на основании того, прослеживаются они на обоих микроимиджах или только на одном. Подавляющее большинство непроводящих трещин оказалось ниже линии сухого трения (см. рис. 3, *а*), указывающей на линейную связь между касательным и нормальным напряжением с коэффициентом пропорциональности  $\mu=0.6$ , а большинство проводящих – выше (см. рис. 3, *б*). Полученный результат позволил авторам сделать вывод о наличии связи между проводимостью трещины и ее напряженно-деформированным состоянием – в подавляющем большинстве случаев проводящей является та и только та трещина, которая находится в критическом напряженном состоянии (точка, лежащая на диаграмме Мора выше линии сухого трения).

Согласно приводимым в [Barton, Zoback, Moos, 1995] утверждениям, имеет смысл рассматривать коэффициенты пропорциональности  $\mu$  из интервала значений (0.6;1.0), который определен на основании большого числа измерений прочностных свойств различных пород.

В дальнейшем при построении диаграмм Мора будут рассматриваться два множества точек – точки, для которых выполняется критерий сухого трения, отвечающий прочностным свойствам среды ( $\mu \leq 1.0$ ), и множество точек  $(\sigma_n, \tau_n)$  со значениями напряжений, рассчитанными для выделенных трещин. При возможности на рисунках будут представлены круги Мора, соответствующие рассматриваемому напряженному состоянию.



Для решения обратной задачи восстановления профилей горизонтальных напряжений предлагается использовать результаты из [Barton, Zoback, Moos, 1995]. Прямую задачу можно сформулировать таким образом – при известном НДС среды на глубине, на которой по микроимиджу выделена трещина и рассчитана ее ориентация в пространстве главных осей тензора напряжений, необходимо проверить, будет ли эта трещина проводима. В терминах, используемых в [Barton, Zoback, Moos, 1995], критерий сухого трения записывается как

$$\tau_n / S_V = \mu \cdot \sigma_n / S_V, \quad (7)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения содержащей трещину породы, равный тангенсу угла внутреннего трения.

Подставляя выражения (5), (6) в (7) и изменяя последнее на неравенство, соответствующее условию принадлежности трещины к классу проводящих, можно получить следующий результат – трещина заданной ориентации, находящаяся в известном напряженно-деформированном состоянии, будет проницаемой при выполнении неравенства, которое представляет решение сформулированной прямой задачи:

$$\frac{\sqrt{\left(\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}\right)^2 + l^2(\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_1 - \sigma_3) - \left(\sigma_n - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2}\right)^2}}{\sigma_2 + l^2(\sigma_1 - \sigma_2) + n^2(\sigma_3 - \sigma_2)} > \mu. \quad (8)$$

Обратная задача может быть сформулирована следующим образом: если известно, к какому классу (проницаемых или непроницаемых) относится трещина известной ориентации, что может быть установлено при анализе микроимиджей, необходимо определить главные значения тензора напряжений на той же глубине.

Из решения прямой задачи следует, что неравенство (8) может быть использовано для наложения некоторых ограничений на главные напряжения, если показать, что условие (8) является не только необходимым, но и достаточным для того, чтобы трещина известной ориентации в заданном поле напряжений была проводимой. На данном этапе исследований можно сослаться на результаты наблюдений, представленные в [Barton, Zoback, Moos, 1995; Townend, Zoback, 2000], и предложить физический механизм, обосновывающий наблюдаемые явления.

Регистрируемое возрастание фильтрационно-емкостных свойств трещин, находящихся в критическом напряженном состоянии, можно объяснить явлением дилатансии. Согласно предлагаемому механизму, если касательные напряжения на плоскости трещины преодолевают некоторый порог, происходит небольшое относительное проскальзывание берегов трещины друг относительно друга (сдвиговая деформация), обеспечивающее увеличение содержащего трещину объема элемента среды. При этом увеличение объема будет происходить практически полностью за счет роста раскрытия трещины. Таким образом, для каждого значения нормального напряжения, действующего на трещине, существует критическое значение касательного напряжения, при превышении которого произойдет скачкообразное увеличение проницаемости.

Математически предлагаемое объяснение может быть выражено как

$$\tau_n = \tau_n(\sigma_n). \quad (9)$$

Воспользовавшись полиномиальным представлением функции (9), имеющим вид

$$\tau_n = A_0 + \sum_i A_i \sigma_n^i, \quad (10)$$

рассмотрим несцементированную трещину, находящуюся в поле напряжений, в котором отсутствует нормальное напряжение. В таком случае при приложении к трещине сколь угодно малого касательного напряжения сразу произойдет относительное движение стенок. На этом основании  $A_0$  в выражении (10) приравняем нулю и увидим, что использовавшийся критерий сухого трения (7) является линеаризацией полинома (10).

В результате получаем обоснование обратного утверждения – если трещина находится в критическом напряженном состоянии, то происходит скачкообразное возрастание ее раскрытости и в некоторой степени проводимости. В принятых терминах это означает достаточность критерия (8) для того, чтобы по трещине в заданном напряженном состоянии произошло увеличение раскрытости за счет дилатансии. Связь увеличения раскрытости с проницаемостью может быть обоснована результатами полевых наблюдений. Фактически предположение о наличии такой связи используется уже на этапе разделения трещин на проводящие и непроводящие только на основании их проявления на обоих микроимиджах.

Таким образом, показано, что если трещина является проводящей (в рамках используемой терминологии), то главные значения тензора напряжений в ее окрестности должны быть такими, чтобы выполнялось неравенство (8). Этот результат может быть использован для решения сформулированной выше обратной задачи. Сначала следует провести расчет параметров всех трещин, определенных по микроимиджам. Затем с помощью неравенства (8) необходимо наложить ограничения на главные напряжения на соответствующих глубинах. В результате параметры, определяющие профили напряжений (горизонтальные деформации или отношения горизонтальных напряжений к вертикальному, в зависимости от используемого подхода), будут определены такими, что для всех проводящих трещин неравенство (8) с рассчитанными горизонтальными напряжениями будет выполняться, а для всех непроводящих – нет.

Графическое представление описанного подхода может быть реализовано с помощью диаграммы Мора, построенной в нормированных координатах  $(\sigma_n/S_V, \tau_n/S_V)$  с использованием следующих данных: ориентация трещин, значения и ориентация главных напряжений на соответствующих глубинах. По выражениям (4)–(6) рассчитываются значения нормального и касательного напряжений, действующих на каждой трещине, и соответствующая точка наносится на плоскость Мора. Ориентация трещин определяется по микроимиджу, согласно описанному выше подходу; ориентация главных осей тензора напряжений также может быть определена по микроимиджу [Zoback, 2007]. Значения главных напряжений могут быть определены на любой глубине в рамках используемой модели построения профилей, если известны горизонтальные деформации  $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_H$  или отношения  $\sigma_h/\sigma_V$  и  $\sigma_H/\sigma_V$ . Таким образом, диаграмма Мора может быть построена для любой пары управляющих параметров ( $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_H$  или  $\sigma_h/\sigma_V$  и  $\sigma_H/\sigma_V$ ); в дальнейшем такие построения могут быть использованы для выбора названных параметров.

Общий алгоритм построения включает четыре этапа.

1. Определение ориентации главных осей тензора напряжений по микроимиджам в соответствии со стандартным подходом [Zoback, 2007]. На микроимиджах можно увидеть вертикальные затемненные линии, соответствующие вертикальным трещинам растяжения, образовавшимся при бурении. Положение таких линий (их смещение относительно направления на север) дает возможность определить азимут трещин растяжения. При этом анализ зоны концентрации напряжений вокруг скважины позволяет говорить о том, что азимут максимального горизонтального напряжения совпадает с азимутом трещин растяжения. Таким образом, определяется ориентация главных

горизонтальных осей тензора напряжений, что, в совокупности с предположением о субвертикальности одной из главных осей, полностью определяет ориентацию эллипсоида напряжений.

2. Определение направляющих косинусов для каждой трещины по выражениям (4).

3. Фиксирование пары управляющих параметров –  $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_H$  или  $\sigma_h/\sigma_V$  и  $\sigma_H/\sigma_V$ , – определяющей вид эллипсоида напряжений, действующих на глубинах, соответствующих выделенным трещинам, и определение значений главных напряжений на этих глубинах.

4. Определение по выражениям (5)–(6) напряжений, действующих на трещинах, и нанесение соответствующих точек на плоскость Мора.

Чрезвычайно удобным оказывается использование интегрального параметра, характеризующего весь интервал глубин, в котором были выделены трещины. Такой параметр будет находиться в тесной связи с параметрами, управляющими профилями горизонтальных напряжений, так как тоже имеет интегральную природу. Мы будем использовать долю проводящих трещин  $N$  – отношение числа трещин, являющихся проводящими (критически напряженными) при текущих значениях управляющих горизонтальными напряжениями параметров, к общему количеству трещин, выделенных по микроимджам. Технически задача сводится к подбору таких значений управляющих параметров, при которых доля проводящих трещин  $N$  максимально приблизится к аналогичной величине – “истинной” доле проводящих трещин, определенной по микроимджам. Использование единственного параметра, характеризующего проводимость трещин, позволяет существенно упростить анализ. Доля проводящих трещин может быть рассмотрена как функция двух независимых переменных – горизонтальных деформаций и отношений горизонтальных напряжений к вертикальному.

Таким образом, предлагаемый подход позволяет существенно снизить неопределенность, возникающую при определении значений параметров, управляющих профилями горизонтальных напряжений, благодаря введению дополнительной связи и уменьшению степеней свободы системы на единицу.

Упомянутое ранее ограничение на параметры, управляющие профилями напряжений, полученное по результатам прямых точечных измерений минимального горизонтального напряжения на дискретных глубинах, может быть записано в виде

$$\sigma_h = \sigma_h(\varepsilon_h, \varepsilon_H, z_i) = \sigma_h(\sigma_h/\sigma_V, \sigma_H/\sigma_V, z_i) = \sigma_h^*, \quad (11)$$

где  $\sigma_h^*$  – измеренное значение минимального горизонтального напряжения на глубине проведения исследований методами ГРП или *LOT*;  $z_i$  – глубины измерения  $\sigma_h^*$ . К этому условию добавляется аналогичное условие для доли проводящих трещин:

$$N = N(\varepsilon_h, \varepsilon_H) = N(\sigma_h/\sigma_V, \sigma_H/\sigma_V) = N^*. \quad (12)$$

Выражения (11) и (12) представляют собой независимые нелинейные уравнения с двумя неизвестными – отношениями горизонтальных напряжений к вертикальному или горизонтальными деформациями. Таким образом, эти уравнения позволяют определить возможные значения параметров, управляющих профилями горизонтальных напряжений. Надо отметить, что рассматриваемая система уравнений не обязательно должна иметь единственное решение; в общем случае можно говорить о счетности множества решений этой системы [Гантмахер, 1967].

На практике рассматриваемая обратная задача, как правило, не имеет единственного решения не только из-за возможных ошибок в восстановлении профилей механических свойств, возникающих в процессе интерпретации результатов ГИС, но и из-за ошибок в определении величин, входящих в правые части уравнений (11) и (12). Из-за этого значения управляющих параметров обязательно содержат некоторую погрешность.

Оценка дополнительной ошибки, вносимой при расчете доли проводящих трещин, рассматривается ниже.

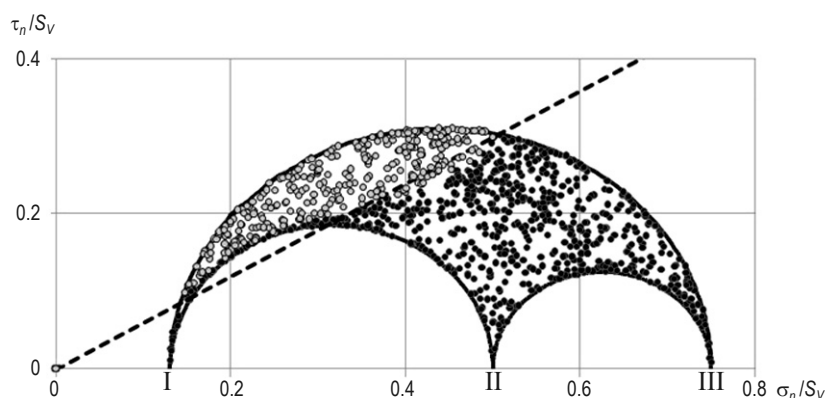
Предложенный подход к уточнению профилей горизонтальных напряжений был применен для синтетических данных. Следует отметить, что подход к восстановлению профилей горизонтальных напряжений, основанный на их линейном возрастании с глубиной, допускает существование аналитического решения для определения доли проводящих трещин как явной функции главных напряжений при наложении дополнительных ограничений на ориентацию трещин. Этот специальный случай рассматривается ниже перед представлением результатов обработки синтетических данных.

### Случай, допускающий аналитическое решение

Рассмотрим задачу определения профилей горизонтальных напряжений для вертикальной скважины с использованием данных о трещиноватости. В качестве параметров, управляющих профилями горизонтальных напряжений, будем использовать отношение горизонтальных напряжений к вертикальному  $\sigma_h/\sigma_V$  и  $\sigma_H/\sigma_V$ , считая, что профиль вертикального напряжения уже рассчитан и является линейным, т.е. выполняется соотношение  $S_V(z) = \rho gz$ .

Предположим, что для получения данных об ориентации трещин и их флюидопроницаемости используются акустический и электрический микроимиджеры, позволяющие выделить все трещины в рассматриваемом интервале. Далее наложим дополнительные ограничения на ориентацию этих трещин.

Аналитическое определение доли проводящих трещин допустимо, если предположить такое распределение трещин, что плотность покрытия ими области, которая ограничена на диаграммах Мора тремя окружностями, постоянна; окружности построены на главных напряжениях – точках с координатами  $(\sigma_1/S_V, 0)$ ,  $(\sigma_2/S_V, 0)$ ,  $(\sigma_3/S_V, 0)$  (рис. 4).



**Рис. 4.** Трещины на диаграмме Мора в случае постоянного отношения горизонтальных напряжений к вертикальному. Серые точки соответствуют рассчитанным нормальным и касательным напряжениям на выделенных проводящих трещинах, черные – на непроводящих. Штриховая линия – критерий сухого трения. На горизонтальной оси отмечены точки, в которых нормальное напряжение равно одному из главных: I –  $\sigma_3/S_V$ , II –  $\sigma_2/S_V$ , III –  $\sigma_1/S_V$

Иными словами, для всякой точки  $A$ , имеющей координаты  $(\sigma_n^A/S_V, \tau_n^A/S_V)$  и лежащей внутри такой области, отношение площади любой окрестности  $O(A)$  этой точки  $S_{O(A)}$  к площади всей области  $S_\Sigma$  можно считать равным отношению количества

трещин с соответствующими напряжениями, принадлежащими данной окрестности  $N_{O(A)}$ , к общему количеству трещин:

$$S_{O(A)}/S_{\Sigma} = N_{O(A)}/N_{\Sigma}. \quad (13)$$

В таком случае измеряемый параметр  $N$  (доля проводящих трещин) может быть выражен через площади кругов Мора:

$$N = S_{\text{пр.}}/S_{\Sigma}, \quad (14)$$

где  $S_{\text{пр.}}$  – площадь области, ограниченной кругами Мора и находящейся выше критерия сухого трения.

Полная площадь области определяется из очевидного выражения

$$S_{\Sigma} = ((\sigma_1 - \sigma_3)^2 - (\sigma_1 - \sigma_2)^2 - (\sigma_2 - \sigma_3)^2) \cdot \pi/8. \quad (15)$$

Площадь области проводящих трещин может быть найдена как

$$S_{\text{пр.}} = S_{13} - S_{12} - S_{23}. \quad (16)$$

Здесь  $S_{ij}$  – площадь сегмента круга Мора, построенного на главных напряжениях  $\sigma_i$  и  $\sigma_j$  (хорда сегмента – критерий сухого трения  $\tau_n/S_V = \mu \cdot \sigma_n/S_V$ );  $i, j = 1, 2, 3$ ;  $i > j$ . Площадь этого сегмента может быть получена в виде явной функции из выражения

$$S_{ij} = \int_{\sigma_{n_1}^{ij}}^{\sigma_{n_2}^{ij}} \left[ \sqrt{\sigma_n^2 - \sigma_n(\sigma_i + \sigma_j) + \sigma_i\sigma_j} - \mu\sigma_n \right] d\sigma_n, \quad (17)$$

в котором  $\sigma_{n_1}^{ij}$  и  $\sigma_{n_2}^{ij}$  – абсциссы точек пересечения соответствующего круга Мора с критерием сухого трения.

Если  $(\sigma_i + \sigma_j)^2 - 4(1 + \mu^2)\sigma_i\sigma_j \geq 0$ , то

$$S_{ij} = (\sigma_i - \sigma_j)^2 \left( \arccos B_{ij} - \arccos A_{ij} + B_{ij}\sqrt{1 - A_{ij}^2} - A_{ij}\sqrt{1 - B_{ij}^2} \right) / 8, \quad (18)$$

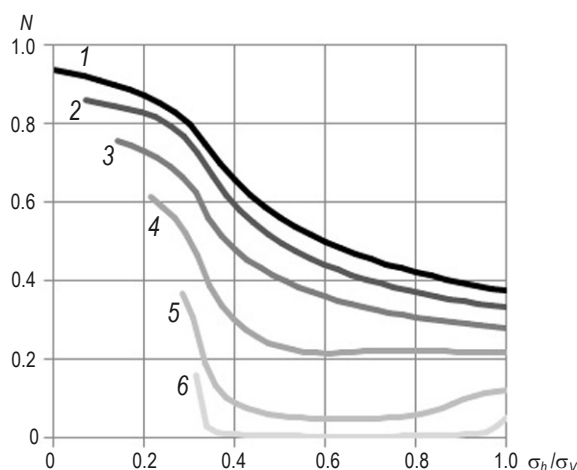
$$A_{ij} = \frac{-\mu^2(\sigma_i + \sigma_j) + \sqrt{(\sigma_i + \sigma_j)^2 - 4(1 + \mu^2)\sigma_i\sigma_j}}{(1 + \mu^2)(\sigma_i - \sigma_j)},$$

$$B_{ij} = \frac{-\mu^2(\sigma_i + \sigma_j) - \sqrt{(\sigma_i + \sigma_j)^2 - 4(1 + \mu^2)\sigma_i\sigma_j}}{(1 + \mu^2)(\sigma_i - \sigma_j)}.$$

Если  $(\sigma_i + \sigma_j)^2 - 4(1 + \mu^2)\sigma_i\sigma_j < 0$ , то полагают, что  $S_{ij} = 0$ . Геометрически этот случай может быть выполнен для меньших кругов Мора, когда хорда, отвечающая критерию сухого трения, не пересекает их.

Выражения (14)–(18) позволяют рассчитать долю проводящих трещин при разных соотношениях между главными напряжениями. На рис. 5 представлены зависимости доли проводящих трещин от параметра  $\sigma_H/\sigma_V$ ; при этом рассматривается только случай преобладания вертикального напряжения над горизонтальными.

В общем случае имеет смысл рассматривать функцию двух переменных  $N(\sigma_h/\sigma_V, \sigma_H/\sigma_V)$ , но, как правило, на первый из этих аргументов накладывается дополнительное ограничение. Поэтому бывает удобно строить семейства кривых, вдоль которых поддерживается постоянным параметр  $\sigma_h/\sigma_V$  (см. рис. 5). Значение нормированного максимального горизонтального напряжения  $\sigma_H/\sigma_V$  может изменяться в рассматриваемом случае в пределах от  $\sigma_h/\sigma_V$  (в силу принятого условия  $\sigma_h \leq \sigma_H$ ) до 1 (в случае сброса).



**Рис. 5.** Доля проводящих трещин  $N$  как функция отношения эффективных напряжений  $\sigma_H/\sigma_V$  при разных значениях постоянного отношения минимального горизонтального напряжения к вертикальному  $\sigma_h/\sigma_V$ : 1 – 0.00; 2 – 0.07; 3 – 0.14; 4 – 0.21; 5 – 0.28; 6 – 0.31

Проведенные исследования показывают, что отличные от нуля доли проводящих трещин возникают в режиме сброса только при достаточно большом различии между минимальным горизонтальным и вертикальным напряжениями. Рассматривая кривые, соответствующие условию  $\sigma_h/\sigma_V > \frac{\sqrt{1+\mu^2} - \mu}{\sqrt{1+\mu^2} + \mu}$ , которое описывает касание круга Мора, построенного на главных напряжениях  $\sigma_h$  и  $\sigma_V$ , и критерию сухого трения  $\tau_n = \mu\sigma_n$ , можно видеть, что все круги Мора не касаются критерия сухого трения, и, следовательно, критически напряженные трещины отсутствуют. Для характерной величины  $\mu=0.6$  критическим окажется соотношение  $\sigma_H/\sigma_V=0.32$ , и все кривые с превышением этого значения будут горизонтальными линиями, лежащими на оси абсцисс.

После построения функции  $N(\sigma_h/\sigma_V, \sigma_H/\sigma_V)$  удобно графически представить “истинное” значение  $N$  в виде горизонтальной плоскости  $N(\sigma_h/\sigma_V, \sigma_H/\sigma_V) = \text{const}$  в координатах  $\sigma_h/\sigma_V, \sigma_H/\sigma_V, N$  или в виде плоскости с допустимым интервалом  $N(\sigma_h/\sigma_V, \sigma_H/\sigma_V) \pm \Delta N = \text{const}$ , где  $\Delta N$  – погрешность в определении доли проводящих трещин по микроимджам. Тогда предлагаемый подход покажет все возможные значения управляющих параметров, при которых допустимы такие доли проводящих трещин. Допустимые интервалы их значений могут быть сужены дополнительной фиксацией управляющих параметров по данным методов ГРП или LOT.

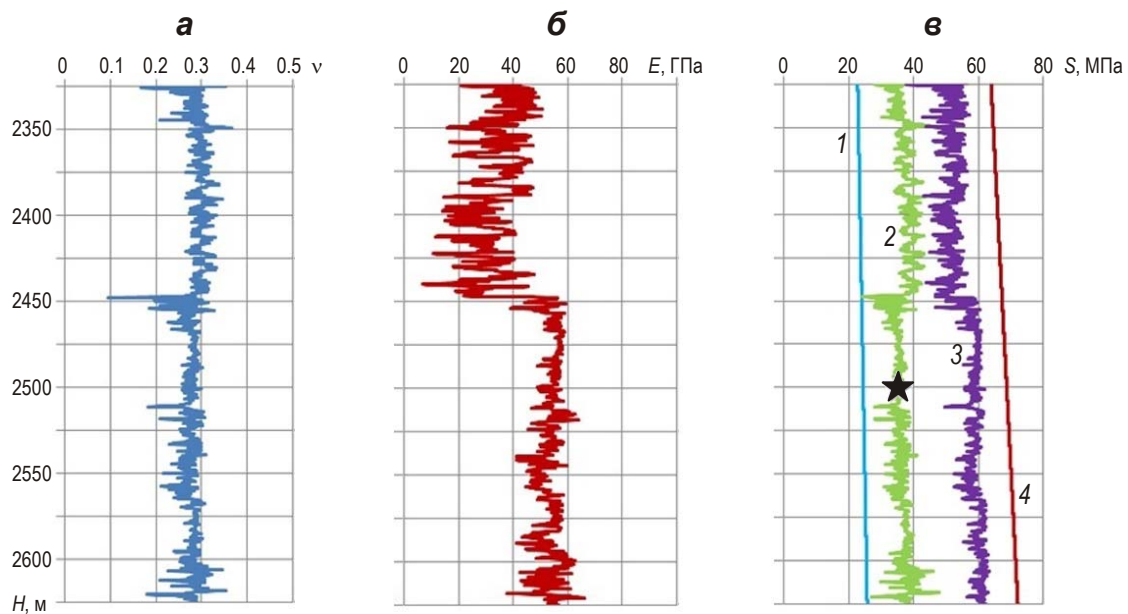
Таким образом, для случая, допускающего аналитическое решение, продемонстрировано, что предлагаемый подход действительно позволяет снизить число степеней свободы обратной задачи на единицу. Важно отметить, что выражения (14)–(18) представляют собой явный вид общего соотношения (12) и, если соотношение (11) также может быть записано в явном виде, то и основная система уравнений, определяющих профили горизонтальных напряжений, может быть записана в явном виде. Более того, если предположить, что при измерениях минимальных горизонтальных напряжений при определении доли проводящих трещин и восстановлении профилей механических свойств среды все погрешности нулевые (теоретический случай), то и параметры, определяющие профили горизонтальных напряжений, могут быть вычислены точно. Следовательно, в теоретической постановке задача может быть решена точно.

Естественно, рассмотренный случай нулевых погрешностей на практике недостижим. Как было отмечено выше, для оценки применимости предлагаемого подхода была выполнена реконструкция профилей горизонтальных напряжений на синтетических данных.

### Апробация подхода на синтетических данных

Предлагаемый подход был применен для оценки профилей горизонтальных напряжений на синтетических данных, заданных в виде профилей упругих свойств среды, рассчитанных вдоль траектории вертикальной скважины (рис. 6), и распределения трещин по глубинам, азимутам и углам падения (рис. 7).

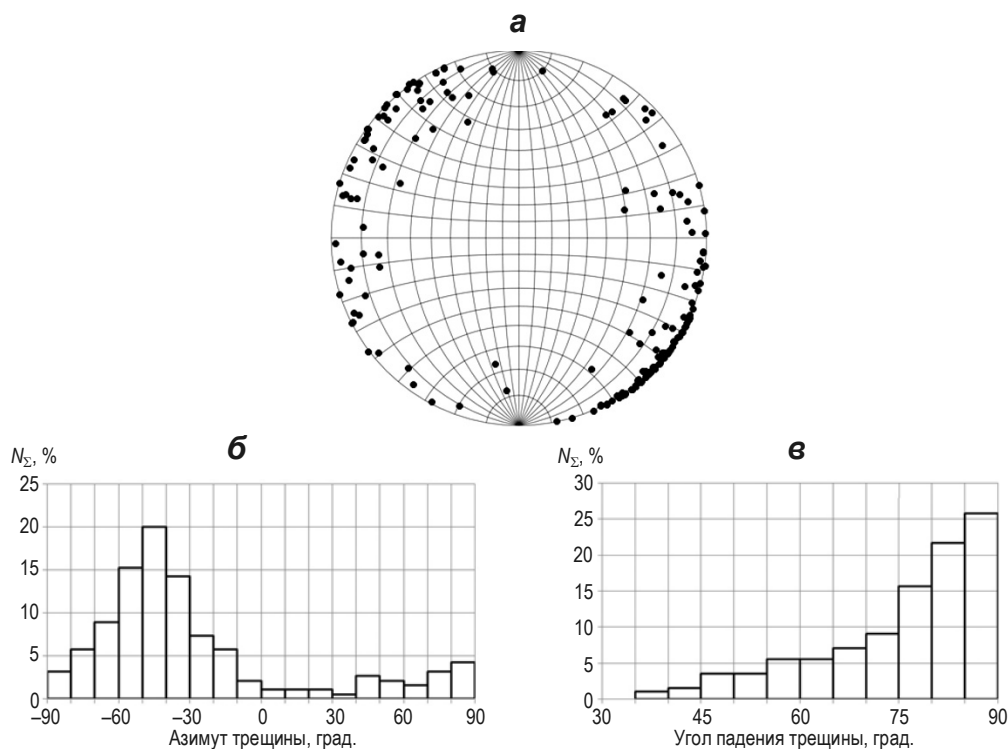
Была использована основанная на каротажных кривых (выражения (2)–(3)) модель восстановления напряжений. В ее рамках строились профили горизонтальных напряжений, соответствующих априорно заданным “истинным” определяющим параметрам – минимальной ( $\varepsilon_h^{\text{ист.}} = 0.0 \cdot 10^{-4}$ ) и максимальной ( $\varepsilon_h^{\text{ист.}} = 5.0 \cdot 10^{-4}$ ) горизонтальным деформациям.



**Рис. 6.** Используемые входные параметры модели. Профили коэффициента Пуассона  $\nu$  (а), модуля Юнга  $E$ , ГПа (б) и напряжений  $S$ , МПа (в). На в: 1 – профили порового давления, 2 – минимального горизонтального напряжения, 3 – максимального горизонтального напряжения, 4 – вертикального напряжения; звездочка – полученное прямым измерением значение минимального горизонтального напряжения

Предлагаемый подход к восстановлению напряжений может быть признан успешно апробированным, если использование данных, полученных прямым измерением минимального горизонтального напряжения на фиксированной глубине, и данных о проницаемости трещин позволит определить значения горизонтальных деформаций с некоторыми такими погрешностями, что истинные значения будут лежать в определенных интервалах:

$$\varepsilon_h^{\text{ист.}} \in \left[ \varepsilon_h^{\text{опр.}} - \Delta\varepsilon_h^{\text{опр.}}; \varepsilon_h^{\text{опр.}} + \Delta\varepsilon_h^{\text{опр.}} \right], \quad \varepsilon_H^{\text{ист.}} \in \left[ \varepsilon_H^{\text{опр.}} - \Delta\varepsilon_H^{\text{опр.}}; \varepsilon_H^{\text{опр.}} + \Delta\varepsilon_H^{\text{опр.}} \right].$$



**Рис. 7.** Распределение трещин на стереограмме (а), по азимуту (б) и по углу падения (в)

Были выполнены все описанные выше этапы предлагаемого метода:

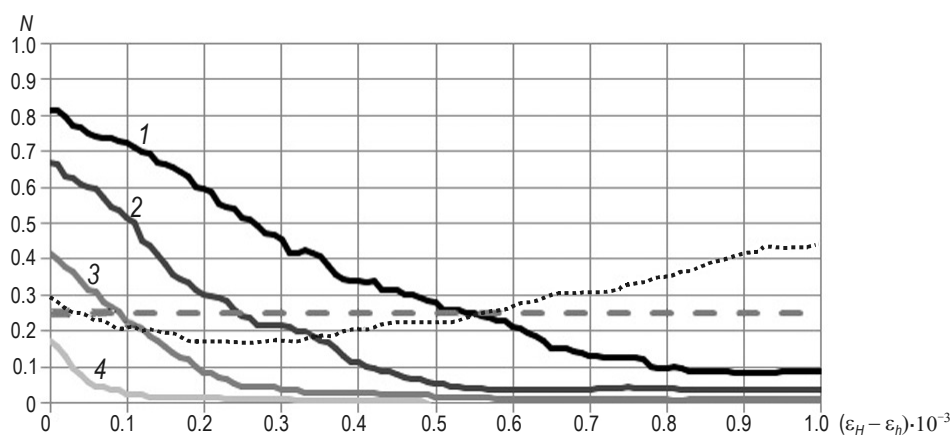
1. Для всех возможных пар значений  $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_H$  по выражениям (2)–(3) рассчитаны главные напряжения, действующие на глубинах, на которых были определены трещины. Пары значений выбирались так, чтобы ни на одной трещине не выполнялось условие  $\tau_n > C + \mu\sigma_n$ , где  $C$  – считающийся известным коэффициент сцепления среды. Выполнение такого условия означало бы, что по трещине в текущем напряженном состоянии происходит скольжение.

2. По рассчитанным главным напряжениям для каждой пары значений  $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_H$  в соответствии с выражениями (4)–(6) рассчитаны значения нормальных и касательных напряжений, действующих на каждой из выделенных трещин. Полученные результаты наносились на диаграмму Мора для установления, какие из трещин будут являться критически напряженными в каждом случае.

3. Для всех пар значений  $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_H$  рассчитана доля критически напряженных трещин  $N = N(\varepsilon_h, \varepsilon_H)$  при выбранных деформациях (рис. 8). Для визуализации, аналогично случаю аналитического решения, использовались кривые, вдоль которых сохранялось значение  $\varepsilon_h$  (см. рис. 8, сплошные линии 1–4). Для удобства по оси абсцисс отложено не само значение максимальной деформации, а разница  $\varepsilon_H - \varepsilon_h$ .

4. Из множества пар значений  $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_H$  выделены те, для которых сохраняется величина  $\varepsilon_h + \varepsilon_H \nu(z_0)$ , где  $\nu(z_0)$  – значение коэффициента Пуассона на глубине прямого измерения минимального горизонтального напряжения, а сама величина  $\varepsilon_h + \varepsilon_H \nu(z_0)$  определяется подстановкой измеренного значения минимального горизонтального напряжения в выражение (2). Была построена линия  $N(\varepsilon_h, \varepsilon_H)$ , вдоль которой сохраняется значение  $\varepsilon_h + \varepsilon_H \nu(z_0)$  (см. рис. 8, пунктирная линия).





**Рис. 8.** Доля проводящих трещин как функция деформаций. 1–4 – кривые, вдоль которых сохраняются значения  $\varepsilon_h$ , равные 0 (1),  $0.5 \cdot 10^{-4}$  (2),  $1.0 \cdot 10^{-4}$  (3),  $1.5 \cdot 10^{-4}$  (4). Штриховая и пунктирная линии – см. пояснения в тексте

5. Согласно описанному подходу, который устанавливает соответствие трещин, идентифицируемых по микроимиджам как проводящие, критически напряженным, на тот же график наносится горизонтальная линия, отвечающая условию  $N(\varepsilon_h, \varepsilon_H) = \text{const}$ , где доля проводящих трещин есть доля, определенная по микроимиджам. В конкретном случае эта величина составляла 0.25 (см. рис. 8, горизонтальная штриховая линия).

6. В конечном итоге истинные значения горизонтальных деформаций  $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_H$  должны быть получены из координат точки пересечения трех линий: одной из линий  $\varepsilon_h = \text{const}$ , линии из прямых измерений минимального напряжения  $\varepsilon_h + \varepsilon_H \nu(z_0) = \text{const}$  и прямой измеренной доли проводящих трещин  $N(\varepsilon_h, \varepsilon_H) = \text{const}$ .

Важно отметить, что такая точка будет существовать, так как линии  $\varepsilon_h = \text{const}$  полностью покрывают рассматриваемое пространство. Минимальная горизонтальная деформация определяется тем, какая именно линия  $\varepsilon_h = \text{const}$  пересекает две другие рассматриваемые кривые; максимальная горизонтальная деформация  $\varepsilon_H$  определяется по абсциссе точки пересечения.

Из рис. 8 следует, что в рассматриваемом случае могут быть выделены две точки пересечения кривых:  $\varepsilon_h = 0.0 \cdot 10^{-4}$ ,  $\varepsilon_H = 5.5 \cdot 10^{-4}$  (находится в правой части) и  $\varepsilon_h = 1.2 \cdot 10^{-4}$ ,  $\varepsilon_H = 1.7 \cdot 10^{-4}$  (в левой части). В этом проявляется нелинейность системы уравнений (11)–(12) – несмотря на то, что предлагаемый подход делает эту систему разрешимой, он не обеспечивает единственности решения. Тем не менее, множество этих решений счетно, так что привлечение результатов дополнительных исследований, например, информации по проявлениям при бурении, может позволить выбрать из полученных решений верное, не обеспечивая при этом восстановления всего профиля напряжений.

Важно отметить, что функция  $N(\varepsilon_h, \varepsilon_H)$  является достаточно пологой при  $\varepsilon_h + \varepsilon_H \nu(z_0) = \text{const}$  (см. рис. 8), что приводит к нелинейному характеру влияния ошибки в определении доли проникаемых трещин на погрешность результата. Так как эта ошибка неизбежна (интерпретация микроимиджей выполняется вручную, некоторые результаты имеют субъективный характер), необходимо корректно провести анализ

погрешности. Если горизонтальные деформации установлены с погрешностями, то и горизонтальные напряжения определяются неточно.

Можно установить верхнюю  $\overline{S_{h,H}} = S_{h,H}(\varepsilon_h^{\text{опр.}} + \Delta\varepsilon_h^{\text{опр.}}, \varepsilon_H^{\text{опр.}} + \Delta\varepsilon_H^{\text{опр.}})$  и нижнюю  $\underline{S_{h,H}} = S_{h,H}(\varepsilon_h^{\text{опр.}} - \Delta\varepsilon_h^{\text{опр.}}, \varepsilon_H^{\text{опр.}} - \Delta\varepsilon_H^{\text{опр.}})$  границы определяемых значений горизонтальных напряжений. Такой выбор объясняется линейным характером возрастания функций напряжений от деформаций в выражениях (2)–(3). Таким образом, успешным применением подхода можно считать выполнение того, что истинные значения напряжений будут лежать внутри интервала  $[\underline{S_{h,H}}; \overline{S_{h,H}}]$  для всего рассматриваемого диапазона глубин. В то же время использование введенных границ дает возможность численно оценить эффективность подхода – предлагается взять в качестве параметра ширину коридора допустимых значений напряжений, определяемую как

$$\Delta S_{h,H} = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} (\overline{S_{h,H}}(\zeta) - \underline{S_{h,H}}(\zeta)) d\zeta, \quad (19)$$

где  $z_1$  и  $z_2$  – глубины, соответствующие началу и концу интервала, на котором восстанавливаются профили горизонтальных напряжений. Таким образом,  $\Delta S_{h,H}$  представляет собой условную среднюю величину неопределенности в расчете соответствующего напряжения.

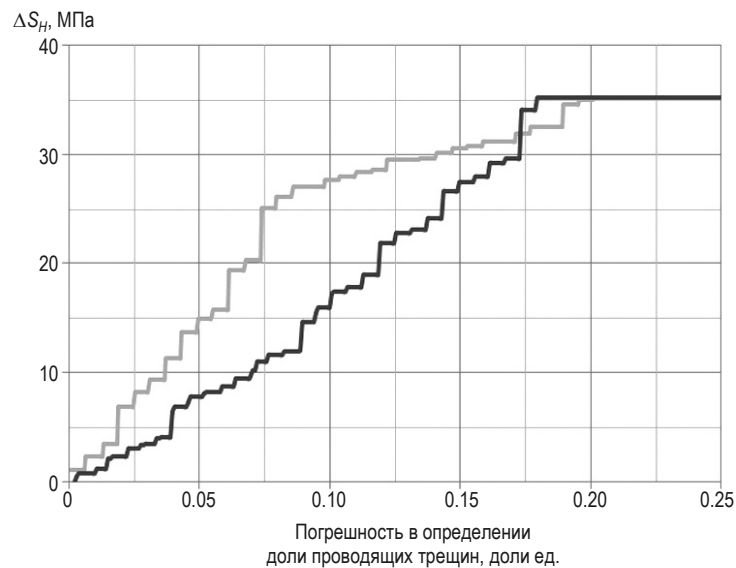
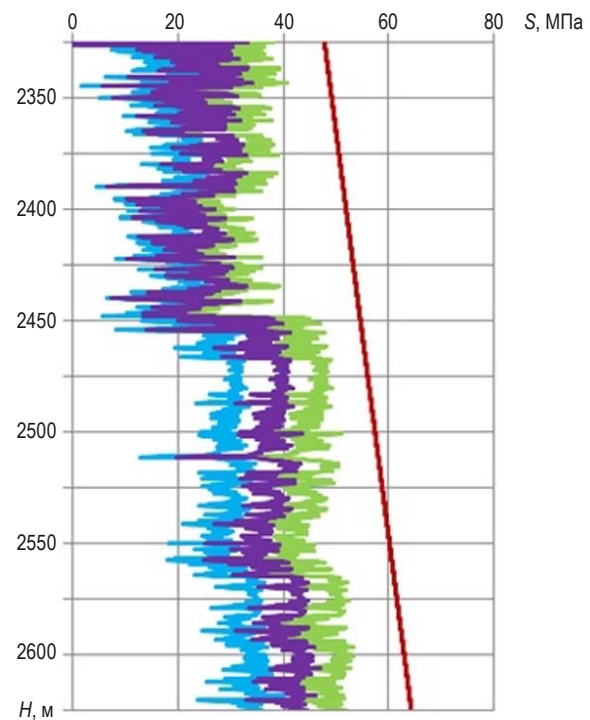
Для рассматриваемого случая относительная погрешность определения доли проводящих трещин принята равной 10 %; были получены горизонтальные деформации и их погрешности  $\Delta\varepsilon_h^{\text{опр.}}$  и  $\Delta\varepsilon_H^{\text{опр.}}$ . Ширина коридора минимальных горизонтальных напряжений  $\Delta S_h$  составила 0.5 МПа, что пренебрежимо мало, и можно считать, что минимальные горизонтальные напряжения определены точно; ширина коридора максимальных горизонтальных напряжений –  $\Delta S_H = 6.0$  МПа.

Восстановленные границы максимальных горизонтальных напряжений  $\underline{S_H}$  и  $\overline{S_H}$  как функции глубины показаны на рис. 9. Можно видеть, что истинный профиль максимальных горизонтальных напряжений (синий профиль) находится в полученном коридоре, что говорит о принципиальной возможности применения рассматриваемого подхода для уточнения профиля.

Эффективность подхода может быть продемонстрирована на результатах анализа погрешности. Зависимость ширины коридора максимальных горизонтальных напряжений  $\Delta S_H$  от погрешности, с которой определена доля проводящих трещин по микроимиджам, показана на рис. 10. По оси абсцисс отложена относительная погрешность в определении доли проводящих трещин (абсолютная погрешность, отнесенная к измеренной доле проводящих трещин). Построены две кривых – для случаев, когда проводящими являются 25 % (серая кривая) и 35 % (черная) всех трещин. Видно, что в целом поведение кривых схоже, хотя имеются различия, связанные с нелинейным поведением кривых, представленных выше на рис. 8.

Необходимо отметить асимптотическое поведение кривых: при стремлении относительной погрешности к единице, что фактически означает случай до применения предлагаемого подхода, ширина коридора допустимых значений максимальных горизонтальных напряжений составляет ~35 МПа. Таким образом, использование предлагаемого подхода позволяет снизить неопределенность в восстановлении профиля максимальных напряжений почти в 6 раз.

**Рис. 9.** Восстановленные границы максимальных горизонтальных напряжений  $\underline{S}_H$  и  $\overline{S}_H$  как функции глубины. Представлены “истинный” профиль максимальных горизонтальных напряжений (синий) и оценки их нижней (голубой) и верхней (зеленый) границ по рассматриваемому подходу. Прямая красная линия – профиль вертикальных напряжений



**Рис. 10.** Анализ эффективности предлагаемого подхода. Ширина коридора допустимых значений максимальных напряжений как функция погрешности интерпретации микроимиджей при “истинной” доле проводящих трещин 0.25 (серая кривая) и 0.35 (черная)

Результаты, представленные на рис. 10, позволяют оценить влияние на полученный результат зашумленности синтетических данных. С увеличением погрешности в определении доли проводящих трещин ширина коридора значений максимальных напряжений тоже увеличивается. При этом увеличение ширины коридора происходит достаточно плавно, претерпевая небольшой скачок в тот момент, когда два решения системы (11)–(12) становятся неразличимы, т.е. погрешности  $\Delta \varepsilon_H^{\text{опр.}}$  становятся сравнимы с разницей между значениями  $\varepsilon_H^{\text{опр.}}$ , выбранными в разных областях (см. рис. 9). Тем не менее, увеличение погрешности не приводит к тому, что “истинный” профиль

напряжений оказывается вне интервала  $\left[ \underline{S}_{h,H}; \overline{S}_{h,H} \right]$ , что позволяет говорить об устойчивости решения с дальнейшим “зашумлением” синтетических данных.

Применение рассматриваемого подхода к синтетическим данным продемонстрировало возможность практически точного восстановления профиля минимальных горизонтальных напряжений. Максимальные горизонтальные напряжения не были восстановлены с такой высокой точностью, но неопределенность их восстановления была снижена практически в шесть раз.

### Заключение

Предложенный в работе подход к использованию данных, полученных в результате интерпретации микроимиджей, позволяет существенно снизить неопределенность, возникающую при решении обратной задачи восстановления профилей горизонтальных напряжений по скважинным данным. Поскольку оказывается, что для корректного решения этой задачи недостаточно только прямых измерений минимального горизонтального напряжения, возникает необходимость наложения дополнительных связей на параметры, определяющие горизонтальные напряжения. Установление связи между напряженным состоянием трещин и их проводящей способностью позволило ввести параметр интегрального характера – долю проводящих трещин. В совокупности с точечными прямыми измерениями минимального горизонтального напряжения этот параметр позволяет математически свести множество решений обратной задачи к некоторому их конечному набору.

Выполненный анализ неопределенности показал, что решения могут быть найдены с некоторой точностью, в значительной степени зависящей как от погрешности при интерпретации микроимиджей, так и от напряженного состояния среды. Тем не менее, этот подход позволяет значительно увеличить точность определения профилей горизонтальных напряжений только по прямым точечным измерениям.

Предлагаемый подход следует использовать в совокупности с другими методами реконструкции профилей горизонтальных напряжений, в первую очередь, с основанными на анализе проявлений при бурении. Естественной представляется проверка одного метода другим, что необходимо делать на результатах реальных скважинных исследований, а не на синтетических данных.

Интерес вызывает возможность снижения неопределенности в восстановлении профилей горизонтальных напряжений при недостаточности данных – как при отсутствии тех или иных каротажных данных, так и результатов прямых измерений параметров НДС.

Важно отметить универсальность предлагаемого подхода. Накладываемая связь не зависит от того, по какой именно модели происходит восстановление профилей горизонтальных напряжений – это может быть как модель линейного возрастания горизонтальных напряжений с глубиной [Zoback et al., 2003], так и модель, рассматривающая горизонтальные деформации [Prats, 1981]. Подход применим и в первом случае, и во втором; причем в первом случае при определенных условиях достижимо аналитическое решение.

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Программы фундаментальных исследований Отделения наук о Земле РАН III.8 ОНЗ “Комплексные исследования по актуальным проблемам наук о Земле”, раздел 1 “Геология и перспективы освоения месторождений с трудноизвлекаемыми и нетрадиционными запасами нефти и газа на территории

России”, проект 1.4 “Разработка фундаментальных основ геолого-геофизических и геохимических методов оценки запасов трудноизвлекаемых ресурсов углеводородов (на примере доманиковой формации Восточно-Европейской платформы)”.

### Литература

- Афанасьев И.С., Никитин А.Н., Латыпов И.Д., Хайдар А.М., Борисов Г.А.* Прогноз геометрии трещины гидроразрыва пласта // Нефтяное хозяйство. 2009. № 11. С.62–66.
- Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. М.: Наука, 1967. 576 с.
- Barton C.A., Zoback M.D., Moos D.* Fluid flow along potentially active faults in crystalline rocks // *Geology*. 1995. V. 23, N 8. P.683–686.
- Ito T., Nayuki T., Kato K., Funato A., Satoh T., Kitagawa Y., Kato H.* Development of the deep rock stress tester // 7th International Symposium on In-Situ Rock Stress Proceedings. 2016. P.376–384.
- Prats M.* Effect of Burial History on the Subsurface Horizontal Stresses of Formations Having Different Material Properties. 1981. SPE 9017-PA.
- Silva I., Domingos F., Marinho P., Laronga R., Khan S.* Advanced Borehole Image Applications in Turbidite Reservoirs Drilled With Oil Based Mud: A Case Study From Deep Offshore Angola. 2003. 2003-AA SPWLA Conference Paper.
- Townend J., Zoback M.D.* How faulting keeps the crust strong // *Geology*. 2000. V. 28, N 5. P.399–402.
- Zoback M.D., Barton C.A., Brudy M., Castillo D.A., Finkeiner T., Grollimund B.R., Moos D.B., Peska P., Ward C.D., Wiprut D.J.* Determination of stress orientation and magnitude in deep wells // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2003. V. 40. P.1049–1076.
- Zoback M.D.* Reservoir Geomechanics. Cambridge University Press, 2007. 505 p.

### Сведения об авторах

**ДУБИНЯ Никита Владиславович** – ведущий инженер, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123242, Москва, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1. Тел.: +7(903) 789-57-07. E-mail: Dubinya.NV@gmail.com

**ЕЖОВ Кирилл Александрович** – эксперт-петрофизик, Нефтяная Индустрия Сербии – Научно-Технический Центр. 21000, Сербия, Нови Сад, Народного фронта, д. 12. Тел.: +7(910) 408-07-88. E-mail: ezhov.ka@nis.eu

## IN-SITU HORIZONTAL STRESS ESTIMATION BASED ON THE GEOMETRICAL PROPERTIES OF FRACTURES IN WELL VICINITY

N.V. Dubinya<sup>1</sup>, K.A. Ezhov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

<sup>2</sup> *Naftna Industrija Srbije Science and Technology Center, Novi Sad, Serbia*

**Abstract.** A great amount of information regarding the in-situ stresses acting in the upper layers of the Earth’s crust is provided by the geophysical well surveys. Presently, the methods for determination of the mechanical properties of rocks surrounding the wells and estimation of in-situ stress state are well developed. Nevertheless numerical evaluation of maximum horizontal stresses causes significant problems. The study is devoted to the problem of decreasing the uncertainty appearing in the inverse problem of horizontal stresses reconstruction. The additional data on the inner structure of surrounding rocks obtained with borehole microimagers are used for solving the problem.

The microimagers provide information on the structural heterogeneities in rocks and to distinguish natural and drilling-induced fractures. The approach described in the study makes it possible to group the fractures according to their filtration properties. The model connecting the geometry of fractures, their spatial orientations, and in-situ horizontal stresses is proposed, conceptualized, and formalized in the paper. As a result, a novel approach to microimager data interpretation for horizontal stress estimation is developed.

The approach was verified using synthetic data. The uncertainty analysis revealed that the approach proves its usefulness as the uncertainty in horizontal stress estimation decreases drastically.

The study carried out makes it possible to introduce the new parameter into solution of the stress estimation problem. This parameter characterizes the features of fracture orientations and is connected with the in-situ stresses. Its application leads to a significant increase in accuracy of estimation of maximum horizontal stresses.

**Keywords:** geomechanics, in-situ stress, well logging.

## References

- Afanasyev I.S., Nikitin A.N., Latypov I.D., Haidar A.M., and Borisov G.A. Hydrofracturing crack geometry prediction, *Oil Industry*, 2009, no. 11, pp. 62-66.
- Barton C.A., Zoback M.D., and Moos D. Fluid flow along potentially active faults in crystalline rocks, *Geology*, 1995, vol. 23, no. 8, pp. 683-686.
- Gantmacher F.R. *Teoriya matrits* (The theory of matrices), Moscow: Nauka, 1967.
- Ito T., Nayuki T., Kato K., Funato A., Satoh T., Kitagawa Y., and Kato H. Development of the deep rock stress tester, *7th International Symposium on In-Situ Rock Stress Proceedings*, 2016, pp. 376-384.
- Prats M. Effect of burial history on the subsurface horizontal stresses of formations having different material properties, *SPE 9017-PA*, 1981, vol. 21.
- Silva I., Domingos F., Marinho P., Laronga R., and Khan S. Advanced borehole image applications in turbidite reservoirs drilled with oil based mud. A Case Study From Deep Offshore Angola, *2003-AA SPWLA Conference Paper*, 2003.
- Townend J. and Zoback M.D. How faulting keeps the crust strong, *Geology*, 2000, vol. 28, no. 5, pp. 399-402.
- Zoback M.D., Barton C.A., Brudy M., Castillo D.A., Finkeiner T., Grollmund B.R., Moos D.B., Peska P., Ward C.D., and Wiprut D.J. Determination of stress orientation and magnitude in deep wells, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2003, vol. 40, pp. 1049-1076.
- Zoback M.D. *Reservoir geomechanics*, Cambridge University Press, 2007.